

DIAGNOZA - GENEZA - PROGNOZA => PODSTAWA KAŻDEJ DECYZJI

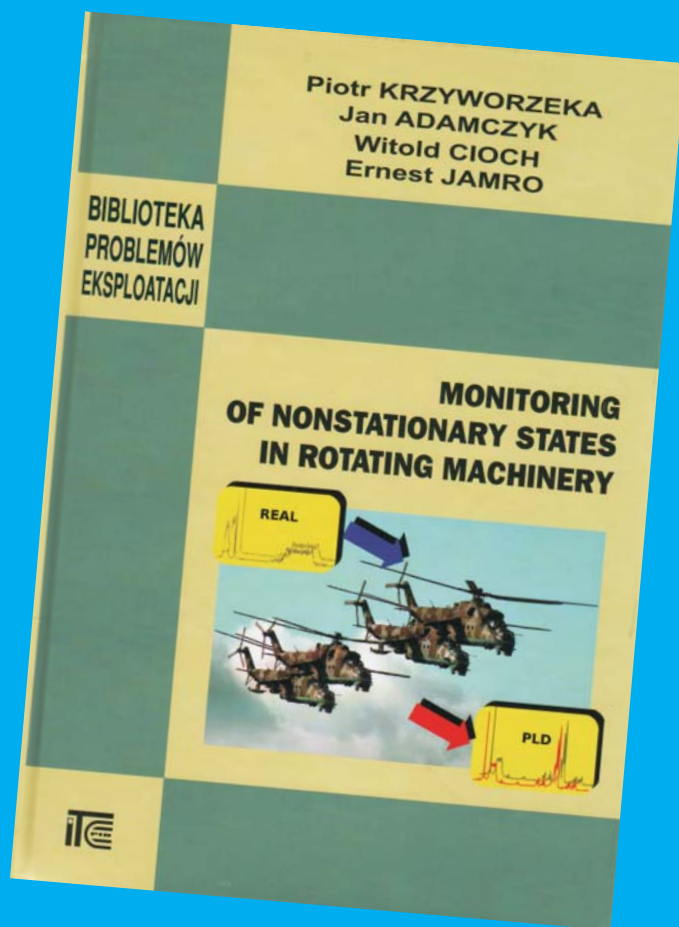


afiliowane przy

Wydziale Nauk
Technicznych
Polskiej Akademii Nauk

Diagnostyka

ISSN 641-6414



Nr 2(42)/2007

RADA PROGRAMOWA

PRZEWODNICZĄCY:

prof. dr hab. dr h.c. mult. **Czesław CEMPEL** *Politechnika Poznańska*

REDAKTOR NACZELNY:

prof. dr hab. inż. **Ryszard MICHALSKI** *UWM w Olsztynie*

CZŁONKOWIE:

prof. dr hab. inż. **Jan ADAMCZYK**
AGH w Krakowie

prof. dr. **Ioannis ANTONIADIS**
National Technical University Of Athens – Grecja

dr inż. **Roman BARCZEWSKI**
Politechnika Poznańska

prof. dr hab. inż. **Walter BARTELMUS**
Politechnika Wroclawska

prof. dr hab. inż. **Wojciech BATKO**
AGH w Krakowie

prof. dr hab. inż. **Lesław BĘDKOWSKI**
WAT Warszawa

prof. dr hab. inż. **Adam CHARCHALIS**
Akademia Morska w Gdyni

prof. dr hab. inż. **Wojciech CHOLEWA**
Politechnika Śląska

prof. dr hab. inż. **Zbigniew DĄBROWSKI**
Politechnika Warszawska

prof. dr hab. inż. **Marian DOBRY**
Politechnika Poznańska

prof. **Wiktor FRID**
Royal Institute of Technology in Stockholm – Szwecja

dr inż. **Tomasz GAŁKA**
Instytut Energetyki w Warszawie

prof. dr hab. inż. **Jan KICIŃSKI**
IMP w Gdańsku

prof. dr hab. inż. **Jerzy KISIŁOWSKI**
Politechnika Warszawska

prof. dr hab. inż. **Daniel KUJAWSKI**
Western Michigan University – USA

prof. dr hab. **Wojciech MOCZULSKI**
Politechnika Śląska

prof. dr hab. inż. **Stanisław NIZIŃSKI**
UWM w Olsztynie

prof. **Vasyl OSADCHUK**
Politechnika Lwowska – Ukraina

prof. dr hab. inż. **Stanisław RADKOWSKI**
Politechnika Warszawska

prof. **Bob RANDALL**
University of South Wales – Australia

prof. dr **Raj B. K. N. RAO**
President COMADEM International – Anglia

prof. **Vasily S. SHEVCHENKO**
BSSR Academy of Sciences Mińsk – Białoruś

prof. **Menad SIDAHMED**
University of Technology Compiègne – Francja

prof. dr hab. inż. **Tadeusz UHL**
AGH w Krakowie

prof. **Vitalijus VOLKOVAS**
Kaunas University – Litwa

prof. dr hab. inż. **Andrzej WILK**
Politechnika Śląska

dr **Gajraj Singh YADAVA**
Indian Institute of Technology – Indie

prof. **Alexandr YAVLENSKY**
J/S company "Vologda Bearing Factory" – Rosja

prof. dr hab. inż. **Bogdan ŻÓLTOWSKI**
UTP w Bydgoszczy

Wszystkie opublikowane prace uzyskały pozytywne recenzje wykonane przez dwóch niezależnych recenzentów.

Obszar zainteresowania czasopisma to problemy diagnostyki, identyfikacji stanu technicznego i bezpieczeństwa maszyn, urządzeń, systemów i procesów w nich zachodzących. Drukujemy oryginalne prace teoretyczne, aplikacyjne, przeglądowe z badań, innowacji i kształcenia w tych zagadnieniach.

WYDAWCA:

Polskie Towarzystwo Diagnostyki Technicznej
02-981 Warszawa
ul. Augustówka 5

REDAKTOR NACZELNY:

prof. dr hab. inż. **Ryszard MICHALSKI**

SEKRETARZ REDAKCJI:

dr inż. **Sławomir WIERZBICKI**

CZŁONKOWIE KOMITETU REDAKCYJNEGO:

dr inż. **Krzysztof LIGIER**

dr inż. **Paweł MIKOŁAJCZAK**

ADRES REDAKCJI:

Uniwersytet Warmińsko – Mazurski w Olsztynie
Katedra Budowy, Eksploatacji Pojazdów i Maszyn
10-736 Olsztyn, ul. Oczapowskiego 11
tel.: 089-523-48-11, fax: 089-523-34-63
www.uwm.edu.pl/wnt/diagnostyka
e-mail: diagnostyka@uwm.edu.pl

KONTO PTDT:

Bank Przemysłowo Handlowy S.A.
II O/ Warszawa
nr konta: 40 1060 0076 0000 3200 0046 1123

NAKLAD: 250 egzemplarzy

Spis treści

Janusz GARDULSKI – Politechnika Śląska	5
<i>Evaluation Of The Usefulness Of Multidimensional Methods Of Non-Stationary Signals' Analysis In The Diagnostics Of Shock Absorbers Encased In Passenger Vehicles</i> <i>Ocena przydatności wielowymiarowych metod analizy sygnałów niestacjonarnych w diagnostyce amortyzatorów samochodów osobowych zabudowanych w pojeździe</i>	
Czesław CEMPEL, Maciej TABASZEWSKI – Politechnika Poznańska	11
<i>Zastosowanie teorii szarych systemów do modelowania i prognozowania w diagnostyce maszyn</i> <i>Application Of Grey System Theory To Modeling And Forecasting In Machine Condition Monitoring</i>	
Zenon Syroka – Uniwersytet Warmińsko–Mazurski w Olsztynie	19
<i>Próbkowanie sygnałów diagnostycznych. Część I. Próbkowanie w przestrzeni Hilberta z reprodukującym jądrem Shanona</i> <i>Sampling The Diagnostic Signals. Part I. Sampling In The Reproducing Kernel Hilbert Space With Shanon Kernel</i>	
Zenon Syroka – Uniwersytet Warmińsko–Mazurski w Olsztynie	27
<i>Próbkowanie sygnałów diagnostycznych. Część II. Próbkowanie w przestrzeni Hilberta z bazami harmonicznymi za pomocą nieklasycznych jąder</i> <i>Sampling The Diagnostic Signals. Part II. Sampling In The Hilbert Space With Harmonic Basis Using Non Clasical Kernel</i>	
Zenon Syroka – Uniwersytet Warmińsko–Mazurski w Olsztynie	35
<i>Próbkowanie sygnałów diagnostycznych. Część III. Próbkowanie w przestrzeni Hilberta z bazami wielomianowymi za pomocą nieklasycznych jąder</i> <i>Sampling The Diagnostic Signals. Part III. Sampling In The Hilbert Space With Polynomials Basis Using Non Clasical Kernel</i>	
Maciej TABASZEWSKI – Politechnika Poznańska	43
<i>Wielosymptomowa prognoza stanu i czasu do awarii z wykorzystaniem sieci neuronowych</i> <i>Multi-Symptom Forecasting Of Condition And Residual Time By Means Of Neural Networks</i>	
Franciszek SORDYL, Igor SORDYL – VIBROEXPERT Poznań	49
<i>Monitorowanie stanu technicznego i własności dynamicznych maszyn papierniczych</i> <i>Monitoring Of Condition And Dynamic Properties Of Paper Machines</i>	
Arkadiusz RYCHLIK – Uniwersytet Warmińsko – Mazurski w Olsztynie	57
<i>Charakterystyki dynamiczne układu hydraulicznego jako nośnik informacji diagnostycznej o stanie niezdatności jego elementów</i> <i>Dynamic Characteristics Of Hydraulic System As Diagnostic Knowledge On Non-Operational State Of Its Elements</i>	
Henryk KAŹMIERCZAK – Przemysłowy Instytut Maszyn Rolniczych w Poznaniu	63
<i>Charakterystyki energetyczne obciążeń dynamicznych ciała człowieka</i> <i>Energetic Characteristics Of Dynamical Loads Of Human Body</i>	
Marcin BEDNAREK – Politechnika Rzeszowska, Lesław BĘDKOWSKI, Tadeusz DĄBROWSKI – Wojskowa Akademia Techniczna w Warszawie.....	69
<i>Komparacyjne diagnozowanie układu komunikacji</i> <i>Comparative Diagnosing Of A Communication System</i>	
Piotr CZECH, Bogusław ŁAZARZ – Politechnika Śląska	75
<i>Klasyfikacja rodzaju i stopnia uszkodzenia zębów kół przekładni oparta na ciągłej transformacie falkowej i sieci neuronowej typu MLP – koncepcja wykorzystania danych z modelu i rzeczywistej przekładni</i> <i>Classification Of Kinds And Degree Of Tooth Gear Fail By Using Continuous Wavelet Transform And MLP Neural Network – Conception Of Using Dates From The Model And Real Gearbox</i>	

Franciszek SORDYL, Igor SORDYL – VIBROEXPERT Poznań	83
<i>Identyfikacja własności dynamicznych konstrukcji wsporczej części prasowej maszyny papierniczej w warunkach eksploatacyjnych</i>	
<i>Identification Of Dynamic Properties Of The Paper Machine Press Part Support Structure In Operation Conditions</i>	
Adam OLEJNIK – Akademia Marynarki Wojennej w Gdyni	93
<i>System przestrzennej obserwacji obiektów podwodnych</i>	
System Of Three – Dimensional Observation Of Underwater Object	
XXXIV Ogólnopolskie Sympozjum Diagnostyka Maszyn	98
Warto przeczytać	100

EVALUATION OF THE USEFULNESS OF MULTIDIMENSIONAL METHODS OF NON-STATIONARY SIGNALS' ANALYSIS IN THE DIAGNOSTICS OF SHOCK ABSORBERS ENCASED IN PASSENGER VEHICLES

Janusz GARDULSKI

Politechnika Śląska, Wydział Transportu, Katedra Budowy Pojazdów Samochodowych
ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice (0-32) 603 41 66
janusz.gardulski@polsl.pl

Summary

The paper discusses the possibilities of applying vibroacoustic methods to identify the loss of fluid in shock absorbers encased in passenger cars. Three methods of analysis are presented (STFT, WVD, WT). A diagnostic method based on a wavelet analysis has been proposed.

Keywords: vibroacoustic (VA) diagnostics, multidimensional analysis of non-stationary signals, telescopic shock absorbers.

OCENA PRZYDATNOŚCI WIELOWYMIAROWYCH METOD ANALIZY SYGNAŁÓW NIESTACJONARNYCH W DIAGNOSTYCE AMORTYZATORÓW SAMOCHODÓW OSOBOWYCH ZABUDOWANYCH W POJEŹDZIE

Streszczenie

W pracy omówiono możliwości zastosowania metod wibroakustycznych do identyfikacji ubytku płynu w amortyzatorach samochodów osobowych zabudowanych w pojeździe. Porównano trzy metody analizy (STFT, WVD, WT). Zaproponowano metodę diagnozowania opartą na analizie falkowej.

Słowa kluczowe: diagnostyka WA, analiza wielowymiarowa sygnałów niestacjonarnych, amortyzatory teleskopowe.

1. INTRODUCTION

For testing shock absorbers encased in cars, kinematic systems inducing vibration in unsprung and sprung masses are commonly applied. They are tuneable mechanical vibration exciters, where a platform onto which the car runs with a wheel with the tested shock absorber is the element inducing force. The excitation cycle during the tests consists of 3 stages. The first stage consists of accelerating the inducing platform, with the induction frequency varying in a range from 0 to ca. 21 Hz in time of ca. 10 seconds. At the second stage lasting approximately 20 second, the platform excites the car at a constant frequency of ca. 21 Hz. At the third stage, after switching off the inducing platform's propulsion system, vibration of the platform takes place for 10 seconds. It is a period of free vibration, when transition of the vehicle's unsprung and sprung masses through resonance occurs. The unsprung masses are the wheels together with tyres and elements leading the wheel (rocking levers, bars, etc.). The sprung masses include the bodywork with the equipment, connected with unsprung masses by means of springing and dampening elements. The springing elements in modern passenger cars are coil

springs with non-linear characteristics, and the dampening elements are telescopic shock absorbers with asymmetrical, strongly non-linear dampening characteristics. In consequence, the vehicle tested on a vibration exciter can be regarded as a vibrating, non-linear and non-stationary mechanical system. To diagnose a system of this type, the methods of non-stationary randomized signal analysis can be applied.

2. RESEARCH OBJECT AND METHODOLOGY

The object of the research was the front suspension of Skoda Fabia 1,4, whose constructional solution is presented in Fig. 1.

The front suspension of Fabia had a typical McPherson assembly of columns with coil springs, transverse triangular rocking-levers and anti-roll bars. Double-tube hydraulic shock absorbers were encased in the columns. The carrying element of the front suspension was a three-part supportive frame made of welded steel sheet drawpieces. The steering knuckle was made as a complex casting connected with a hub and damping unit.

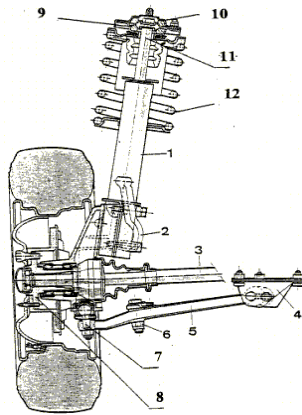


Fig. 1. McPherson's front suspension [10]: 1 – shock absorber; 2 – steering knuckle arm; 3 – drive shaft, 4 – support of articulated mounting of the lower rocking lever (screwed to the bodywork cross-bar); 5 – lower rocking lever; 6 – lower rocking lever pivot; 7 – ball-and-socket joint of the rocking lever; 8 – steering knuckle; 9 – elastic column-to-bodywork mounting; 10 – upper spring plate; 11 – shock absorber piston rod; 12 – suspension spring

The method of making measurements was as follows: The car (with the engine off, idle running, with a released auxiliary brake) was placed with its wheel with the tested shock absorber on the central part of the exciter platform. Next, a full 3-stage excitation cycle was activated. The measured parameters were accelerations in the vibrations of unsprung parts (rocking-lever and wheel) and sprung parts (bodywork) to be processed, for which acceleration converters, ADXL 105 and ADXL 250 of Analog Devices, were applied. The places where converters were mounted were as follows: lower – near the place of mounting the shock absorber casing; upper – on the seating of the shock absorber mandrel in bodywork. The converters' axes converged with the direction of the shock absorber dampening force. The HAD-1200 measuring module was applied for measurements. It is a 16-bit computer card. The modul is equipped with a 12-bit A/C converter and an analogue multiplexer enabling making measurements with the use of maximum 8 channels in a differential mode or 16 channels when working with common mass. The measuring procedure consisted in recording the wheel and bodywork vibration acceleration signal at a sampling frequency of 500 [Hz]. The database containing vibration accelerations over time was created in the computer mass memory. Example of the obtained relative vibration accelerations is presented in Fig. 2.

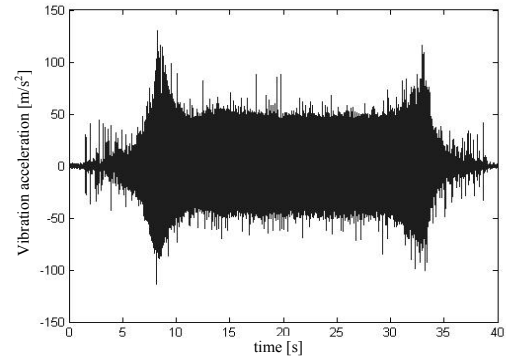


Fig. 2. Course of relative vibration accelerations

In the tests on the car, new shock absorbers and ones with programmed damage were subsequently mounted. Their dampening characteristics were identified on an indicator unit. The damage consisted in losses of the shock absorber fluid, thus simulating operational leaks. That type of damage in the tested shock absorbers was modelled with the degree of their fill-up with the fluid. For this purpose, the fluid volume defined in percent of nominal volume (100%) of new absorbers was decreased in the shock absorbers specially prepared for the tests. Shock absorbers with fluid volumes from 100% down to 60%, with differences every 5% (i.e., 95%, 90 and so on) were tested. After identification of their dampening characteristics on the indicator unit, the so prepared shock absorbers were encased in the suspension of the tested car which was then subject to testing on a vibration exciter. The obtained non-stationary signals were subjected to the below specified multidimensional analyses:

- short-time Fourier transform,
- Wigner-Ville transform,
- continuous wavelet transform,

thus obtaining spatial images of spectrum changes as a function of time.

The purpose of the above-mentioned analyses was to determine which of them would be the most suitable in diagnosing shock absorbers with fluid loss encased in a vehicle and the identification of percent degree of such loss. A comparison was made in time and frequency windows corresponding to the resonance of unsprung masses (suspension) and sprung masses (bodywork). For comparative purposes, from among a number of estimators, one was chosen constituting a sum of maximum values of the transform coefficients in resonance bands of the unsprung and sprung components, and defined as follows:

where:

$$E_{\max} = W_z + W_n \quad (1)$$

W_z – maximum value of transform coefficients in the resonance frequency band of unsprung masses,

W_n – maximum value of transform coefficients in the resonance frequency band of sprung masses.

3. MULTIDIMENSIONAL ANALYSES OF SIGNALS

3.1. The short-time Fourier transform - STFT

The results of the STFT analysis are the coefficients described by the dependence:

$$S(\omega, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot w_{\omega, b}(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot g(t - b) e^{-i\omega t} dt \quad (2)$$

where: ω – analysing frequency, b – window shift, $g(t - b) = const$ – constant width of the subsequently analysed window.

A rectangular window was applied for the analysis. To improve the frequency resolution, in a single FFT analysis, a method of completing with zeros was applied, bearing in mind the law of decreasing profits. An example of the analysis results is presented in Fig. 3 and the estimator's distributions as a function of shock absorber filling level are shown in Fig. 4.

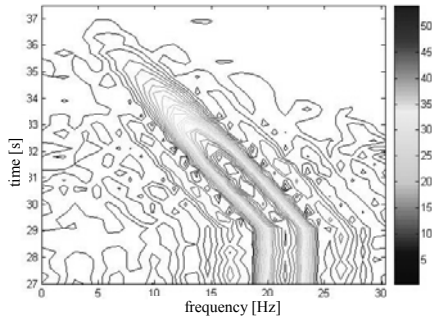
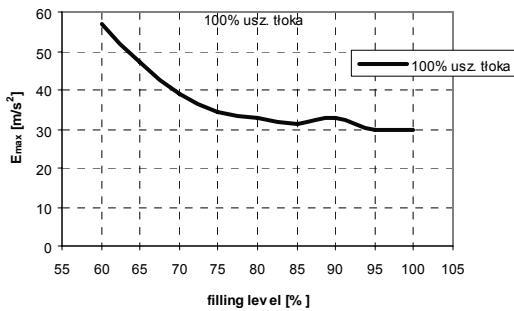


Fig. 3. Distribution of signal amplitudes for relative vibration accelerations after STFT



Rys. 4. Wykres zbiorczy wartości estymatora E_{max} (STFT)

3.2. Wigner-Ville transform

The Wigner-Ville time-frequency spectrum can be presented in the following form:

$$WVD(\theta, \tau) = \int x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi\theta t} e^{-j\frac{\theta\tau}{\sigma}} dt \quad (3)$$

where:
 $WVD(\theta, \tau)$ – Wigner-Ville pseudo-transformation,

$x^*(t)$ – combined signal coupled with $x(t)$,
 τ – shift in time domain,
 θ – shift in frequency domain.

In order to improve resolution in the analysis domains, the Wigner-Ville transform was applied. The disadvantageous phenomenon of spectrum leakage was reduced via filtering. Based on analytical experiments and data from specialist literature, an analysis window was used to this end as the Choi-Williams tapering function in a form:

$$\phi(\theta, \tau) = \exp(-\theta^2 \tau^2 / \sigma^2) \quad (4)$$

where:

σ – parameter proportional to the spectrum leakage amplitude

As a result of the experiment, a dampening parameter was assumed for the calculation in the Choi-Williams analysis window, $\sigma = 0.05$.

The result of the Wigner-Ville transform of the signal of relative vibration accelerations is presented as a distribution of WVD coefficients in Fig. 5 and the estimator distribution as a function of shock absorber filling level, in Fig. 6.

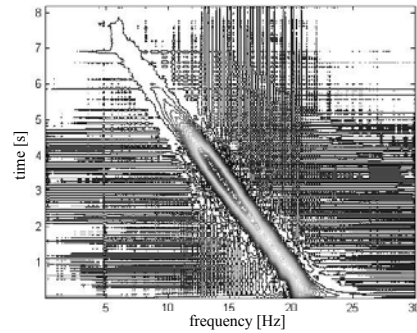
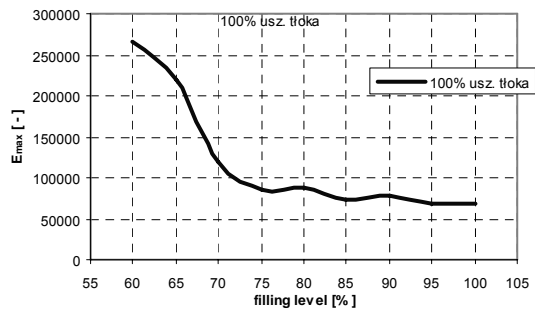


Fig. 5. Distribution of WV coefficients of relative vibration accelerations signal



Rys. 6. Wykres zbiorczy wartości estymatora E_{max} (WVD)

3.3. Signal transformation by means of the continuous wavelet transform - CWT

The Morlet wavelet was selected for the analysis, described by the dependence:

$$\psi(t) = C \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} \cos(5t) \quad (5)$$

where:
 C – standardising constant.

The wavelet serves to construct a family of defined analysing wavelets:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (6)$$

where:

b – shift in time - $b \in R$,

$a > 0$ – the so-called narrowing-broadening coefficient responsible for the frequency and time related range of the analysis.

The coefficients representing the realised signal in the time-scale domain are described by the dependence:

$$WT(a,b) = (x(t) * \psi_{a,b}) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi_{a,b}(t) dt = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (7)$$

Such dependence is equivalent to the convolution of the analysed signal $x(t)$ with the analysing wavelet $\psi_{a,b}(t)$.

An example of the CWT result of the measured signal is shown in Fig. 7 and changes in the value of the estimator assumed, in Fig. 8

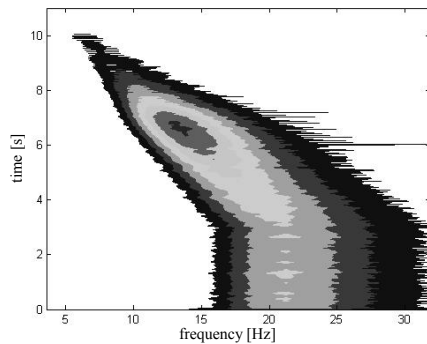
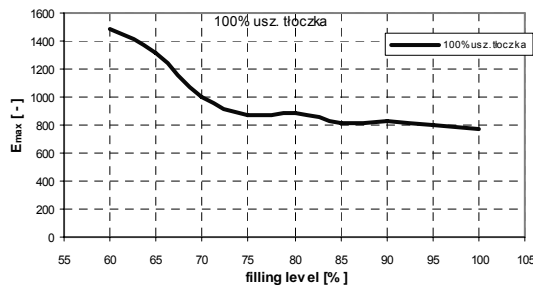


Fig. 7. Distribution of wavelet transform coefficients



Rys. 8. Wykres zbiorczy wartości estymatora E_{\max} (CWT)

4. SUMMARY AND CONCLUSIONS

While analysing the collective diagrams of the estimator assumed for comparative purposes, we can conclude that all the multidimensional analysis methods applied are suitable for diagnosing shock absorbers encased in cars to identify a single fault, i.e. leakage of the shock absorber fluid. In the range from 0 to 20% of loss, changes in the assumed estimator are insignificant. Only for larger losses, its values increase, thus increasing the equivalence of

identification. Therefore, it is the defects that must determine the possibility of applying one of the three transforms in the diagnostics. The short-time Fourier transform, STFT, introduced by Gabor uses a constant time window for averaging, which is shifted after the time specified. This reduces the accuracy of the analysis as the frequency grows. The Wigner Ville transform, WVD, is based on Fourier double transform. To avoid aliasing, it requires sampling of a continuous signal with at least double frequency in relation to that specified by Nyquist criterion. Application of initial signal filtering reduces the spectrum leakage. A major drawback of this method is long duration of the analysis and high equipment requirements.

Advantages of both the methods described above are combined in a wavelet analysis. As opposed to STFT, the rules of constructing a family of analysing functions are different. In the wavelet analysis, the number of wavelet oscillations is constant and the frequency variation is accompanied by a proportional change of the wavelet time range. An analysis of non-stationary spectral properties of a signal requires the utilisation of windows which automatically narrow at high frequencies and broaden when analysing low frequencies. Analysis of this type is not much slower than STFT and outclasses the latter in terms of accuracy. Therefore, from among the three above-mentioned transforms, the wavelet transform is the most suitable for diagnosing a single defect of shock absorbers.

CONCLUSION

The proposed method of diagnosing shock absorbers encased in a vehicle based on a wavelet analysis can be used in practice. The kinematic excitation units existing in vehicle testing stations can be used for the measurements. The method enables an explicit qualitative and quantitative identification of fluid losses in shock absorbers. It is characterised by simplicity, since it is based on a computer analysis of vibration accelerations measured on the bodywork and rocking-lever by means of cheap volume converters. An automatic shock absorber diagnostics system is relatively easy to be developed.

REFERENCES

1. Batko W., Krzyworzeka P.: A Wavelet Analysis Approach to Runout Elimination in Bearings Monitoring. Proc. 6ICSV, Copenhagen 1999.
2. Batko W., Ziółko M.: Zastosowanie teorii falek w diagnostyce technicznej. Wyd. WIMiR, Kraków 2002.
3. Białasiewicz J. T.: Falki i aproksymacje. WNT, Warszawa 2000.
4. Burdzik R. Automatyczne diagnozowanie stanu technicznego amortyzatorów zabudowanych w samochodach osobowych – praca doktorska, Katowice 2006.

5. Burdzik R., Gardulski J., Konieczny Ł.: Wykorzystanie transformaty Wignera-Ville'a do identyfikacji ilościowej wycieku płynu amortyzatorowego. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. S. Transport z. 57, Gliwice 2005.
6. Burdzik R., Gardulski J., Konieczny Ł.: Wykorzystanie STFT w identyfikacji stanu technicznego amortyzatorów badanych metodą drgań swobodnych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. S. Transport z. 57, Gliwice 2005.
7. Gardulski J.: Bezstanowiskowa metoda oceny stanu technicznego zawiesznień samochodów osobowych, Katowice-Radom 2003.
8. Gardulski J., Warczek J.: Względne przyspieszenia drgań jako podstawa diagnostyk i elementów zawiesznień pojazdów samochodowych. V Krajowa Konferencja Diagnostyka Techniczna Urządzeń i Systemów, Ustroń 2003.
9. Radkowski S.: Wibroakustyczna diagnostyka uszkodzeń niskoenergetycznych. Warszawa-Radom 2002.
10. Reipell J., Betzler J.: Podwozia samochodów – podstawy konstrukcji. WKiŁ Warszawa, 2001.



Prof. nz. dr hab. inż. **Janusz GARDULSKI** jest pracownikiem naukowym Katedry Budowy Pojazdów Samochodowych Wydziału Transportu Politechniki Śląskiej. Zainteresowania badawcze: diagnostyka wibroakustyczna, dynamika zawiesznień pojazdów samochodowych, modelowanie nieliniowych obiektów mechanicznych, minimalizacja hałasu i drgań w obiektach technicznych. Jest autorem i współautorem 3 monografii, książek i skryptów, oraz licznych artykułów opublikowanych w czasopismach i materiałach konferencyjnych. Członek PTPE, PTDT, oraz różnych sekcji Komitetu Budowy Maszyn i Komitetu Transportu PAN.

ZASTOSOWANIE TEORII SZARYCH SYSTEMÓW DO MODELOWANIA I PROGNOZOWANIA W DIAGNOSTYCE MASZYN

Czesław CEMPEL, Maciej TABASZEWSKI

Instytut Mechaniki Stosowanej, Politechnika Poznańska,

czeslaw.cempel@put.poznan.pl, maciej.tabaszewski@put.poznan.pl

Streszczenie

Praca przedstawia metodologię budowy szarego modelu pierwszego rzędu przydatnego w prognozowaniu stanu za pomocą symptomów drganiowych. Pokazano na przykładach, że szare modele mogą mieć zastosowanie w diagnostyce maszyn prostych, dla których wystarcza podejście jedno symptomowe, jak też w diagnostyce wielu uszkodzeniowej obiektów złożonych. Zastosowano tu metodę szarych systemów Deng'a z odcinkowym prognozowaniem tzw. ślizgającym okienkiem, zaczerpniętą z najnowszej literatury przedmiotu.

Słowa kluczowe: diagnostyka maszyn, symptomy drganiowe, szare modele, prognozowanie.

APPLICATION OF GREY SYSTEM THEORY TO MODELING AND FORECASTING IN MACHINE CONDITION MONITORING

Summary

The paper presents methodology of grey system theory and the first order grey model GM(1,1), which can be applied for the machine condition forecasting using vibration symptoms, and rolling forecasting window. Basing on real data taken from vibration condition monitoring, it was shown successfully one step forecasting with the grey model applied to condition observation by one symptom only. It was shown also, that in case of multidimensional condition monitoring one can apply the same methodology to the generalized symptom of condition, obtained from singular value decomposition of symptom observation matrix.

Keywords: machines, condition monitoring, vibration symptoms, grey system theory, condition forecasting.

1. WSTĘP

Liczba znaczących obserwacji w diagnostyce, nawet przy zastosowaniu systemów monitorujących, nie jest duża – zwykle jest ich kilkadziesiąt. Do tego, decyzyjnie istotne są zwykle obserwacje końcowe o niewielkiej liczbie. Zatem prognozowanie przyszłych wartości symptomów stanu technicznego maszyn jest zagadnieniem niezwyklej wagi i poświęcono mu w literaturze przedmiotu dużo miejsca, jak na przykład: [2], [3], [9], [1], [16], [14], [15]. Stosowane metody do prognozowania (*ponad 300*, [18]) rozciągają się tu od wyrównywania wykładniczego Browna aż do sieci neuronowych z automatycznym nadzorem poprawności modelu.

Jak się obecnie okazuje z przeglądu dostępnej literatury światowej możliwe jest użycie znacznie prostszych metod wynikających z **teorii szarych systemów** (*grey systems theory-GST lub w skrócie GS*) opracowanej i opisanej po raz pierwszy przez uczonego chińskiego J-L. Deng'a w roku 1982, [4]. Odkrycie tej niezwykle efektywnej metody modelowania i prognozowania krótkookresowych szeregów czasowych długo pozostawało w cieniu, jako że pierwsze książki opublikowano w języku chińskim. Pierwsza publikacją angielską pokazującą możliwe aplikacje ukazała się dopiero w roku 1990, [6]. Mimo tego naukowy świat chińsko języczny szybko

rozpoznał szeroką możliwość zastosowań tkwiących w metodzie i teorię szarych systemów zaczęto stosować we wszystkich dziedzinach bazujących na kwantyfikowalnych modelach z **niewielką** liczbą (*nawet kilka*) niepełnych i **niepewnych** danych; od nauk społecznych, przez ekonomię i gospodarkę do nauk technicznych. Pojawił się już nawet w języku chińskim specjalny **Toolbox** do systemu **Matlab®** [18], do modelowania i prognozowania zachowania się systemów ewolucyjnych. Pojawiły się również różne odmiany metody grey systems (**GS**), np. w powiązaniu ze zbiorami rozmytymi (*grey-fuzzy*) [21], czy też z metodą Taguchi [19]. Okazało się też w prognozowaniu, że metoda GS jest najbardziej efektywna, jeśli **zapomina** przeszłe dane, czyli modeluje i prognozuje w **okienku** danych o małej szerokości, co z angielska nazwano rolling forecast.

Celem niniejszej pracy jest zasygnalizowanie możliwości metodologii **GS** i pokazanie szczegółowego zastosowania w prognozowaniu diagnostycznym dla pojedynczych symptomów oraz dla diagnostyki wielowymiarowej.

2. SZARE SYSTEMY DYNAMICZNE I ICH ZASTOSOWANIA (W PROGNOZOWANIU STANU)

Od czasów monografii J-L. Deng'a pojawiło się wiele wykładni metodologii szarych systemów, czyli w skrócie szarych modeli (*grey models-GM*). Generalnie **szary model** opisujący zachowanie się systemu za pomocą obserwowanego symptomu $x^{(0)}(k)$, $k=1, \dots, n$, może być przedstawiony równaniem różniczkowym zwyczajnym l -tego rzędu i mieć wymuszenie m -tego rzędu, co zapisuje się jako **GM(l,m)**. Oznacza to, że po prawej stronie modelu mamy m – zmiennych niezależnych wymuszających zachowanie systemu opisane równaniem różniczkowym (lub równoważnym różnicowym) l – tego rzędu, jak niżej:

$$\sum_{i=0}^l a_i \frac{d^{n-i} \mathbf{x}^{(1)}}{dt^{n-i}} = \sum_{j=1}^{m-1} b_j \mathbf{y}_j^{(1)}, \quad (1)$$

gdzie $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)$ – zmienna stanu modelu,

a \mathbf{y}_j niezależne wymuszenia przyjęte dla poprawnego odwzorowania zachowania identyfikowanego modelu, natomiast współczynniki wielomianów; a_i oraz b_j wyznacza się z obserwowanego szeregu czasowego $x^{(0)}(k)$, $k=1, \dots, n$.

Startując z ogólnego modelu (1) możemy wyróżnić trzy dziedziny zastosowań modeli GS. Pierwsza obszar jest łatwy do uchwycenia w (1) dla $l=0$, czyli dla zerowego rzędu równania różniczkowego. Bowiem, możemy taki model GS użyć do poszukiwania siły związku między zmienną zależną \mathbf{x} , a zmiennymi niezależnymi \mathbf{y}_j daje to wtedy tzw *grey relational analysis*. Z podobnych przesłanek można wychodzić przy formułowaniu decyzji o rozmytych związkach przyczynowo skutkowych danego zbioru sytuacji z możliwymi ich efektami (*grey decision making*) [12]. Wreszcie trzeci obszar, dla $l \neq 0$, to budowa modelu prognostycznego obiektu dla obserwowanego szeregu czasowego (*symptomu*), $x^{(0)}(k)$, $k=1, \dots, n$.

Jak do tej pory większość prac w prognozowaniu, niezależnie czy to analiza rynku [17], czy zużycia silnika Diesla [20], przyjmuje za punkt wyjścia uproszczone równanie **GM(1,1)**, czyli równanie pierwszego rzędu ($l=1$) z jednym rodzajem wymuszenia. Posługując się przyjętą terminologią i oznaczeniami można, np. [20], to zagadnienie dobrze zapisać w postaci kilku, jak się wydaje łatwo zrozumiałych kroków.

Krok 1.

Zdefiniujemy wierszowy wektor obserwacji;

$$\mathbf{x}^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}, \quad (2)$$

gdzie $n \geq 4$ jest liczbą obserwacji.

Krok 2.

Tworzymy wektor sum cząstkowych AGO, $\mathbf{x}^{(1)}$ (*accumulating generating operation*)

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad k=1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

W ten sposób wierszowy wektor **AGO** jest sformułowany, jako monotonicznie rosnący

$\mathbf{x}^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$, przy warunku; $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$,

Krok 3.

Dla szeregu **AGO** definiujemy szary model pierwszego rzędu (*patrz (1)*), **GM(1,1)**

$$\frac{d\mathbf{x}^{(1)}(t)}{dt} + a\mathbf{x}^{(1)}(t) = u \quad (5)$$

gdzie

t oznacza zmienną niezależną (*tutaj miarę eksploatacji np.: czas / lub nr kolejny odczytu*),

a oznacza eksponent wzrostu, zaś u jest zmienną kontrolną szarego modelu.

Krok 4.

Rozwiązujemy równanie różniczkowe (5) z jedynekowym krokiem zmiennej t i zadanym warunkiem początkowym (4), otrzymując:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - u/a] \exp(-ak) + u/a \quad (6)$$

gdzie $\hat{x}^{(1)}$ oznacza prognozę rozwiązania **AGO**.

Krok 5.

Zamieniając w (5) różniczkę przyrostem skończonym dla jednostkowego kroku $t=1$, możemy napisać równania różnicowe wsteczne i progresywne, otrzymując:

$$\begin{aligned} x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) + a x^{(1)}(k) &= u, \\ x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) + a x^{(1)}(k+1) &= u. \end{aligned} \quad (7)$$

Kombinując oba powyższe równania znajdziemy

$$x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) = -a/2 [x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k+1)] + u, \quad k=1, \dots, n. \quad (8)$$

Krok6;

Rozpisując powyższe równanie dla kolejnych k i posługując się pierwotnym wektorem obserwacji $\mathbf{x}^{(0)}$ mamy możliwość wyznaczenia niewiadomych współczynników szarego modelu a i u . Wykonując to za pomocą metody najmniejszych kwadratów uzyskamy macierzowe rozwiązanie w postaci:

$$[a, u]^T = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}, \quad (9)$$

gdzie: $Y = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T$,
natomiast macierz:

$$B = \begin{bmatrix} -[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \dots & \dots \\ -[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}$$

Krok 7.

Definiując przekształcenie odwrotne (*inverse*) AGO, czyli IAGO do wyliczenia prognozowanej obserwacji z wektora prognoz sum cząstkowych (AGO) w postaci:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), \quad (10)$$

zatem z użyciem rozwiązania (8) możemy znaleźć końcową wartość prognozy wg. modelu

GM(1,1), jak niżej:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - u/a \right] \left(e^{-ak} - e^{-a(k-1)} \right), \quad k=2,3,\dots,n. \quad (11)$$

I to jest cała tajemnica prognozowania z wykorzystaniem szarego modelu Deng'a rzędu pierwszego GM(1,1). Jak można zauważyć z drugiego kroku procedury szukanemu modelowi trendu nadaje się charakter monotoniczny, który w kroku trzecim zdobywa legitymacje równania różniczkowego/różnicowego o rozwiązaniu eksponencjalnym. Zatem do tego typu modeli i prognozowania nadają się obserwacje nieujemne i z założenia rosnące, tak jak symptomy stanu podczas zużywania się maszyn. Dlatego też w wielu przypadkach dobrą prognozę można uzyskać już po kilku obserwacjach, natomiast większa liczba obserwacji daje większe błędy prognozy. Rozwiązaniem jest tutaj prognozowanie w małym okienku ślizgającym się po większej liczbie danych. W najnowszej literaturze teorii i aplikacji szarych systemów nosi to nazwę 'rolling window' [19] i staje się popularne przy większej liczbie danych, jak np. przy prognozowaniu kursu dolara [17]. Zobaczymy

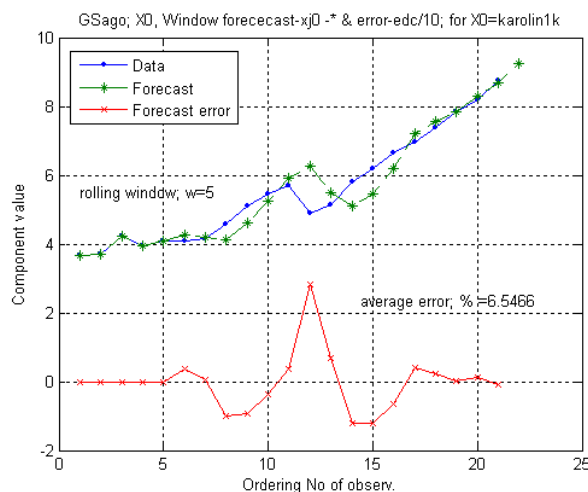
w następnych punktach jak to wygląda w zastosowaniu do prognozowania w diagnostyce maszyn.

3. PROGNOZOWANIE

JEDNOWYMIAROWE – PRZYKŁADY

W ogóle niewiele jest zastosowań teorii szarych systemów w diagnostyce. Po bardzo wczesnych dwu pracach z Australii [10] opublikowanych w biuletynie wewnętrznym Monash University w Melbourne, mamy prawie dziesięcioletnią przerwę w literaturze zachodniej anglojęzycznej. Mimo powstania czasopisma **Journal of Grey System Theory** w Chinach, idea ta z oporem przebija się do zachodniej metodologii, o czym świadczy wielka liczba takich badań na konferencjach międzynarodowych w Chinach, [8] widziana ostatnio przez pierwszego z autorów tej pracy. Autorzy zainspirowani tymi osiągnięciami i dalszymi z przytoczonej częściowo literatury postanowili przenieść metodę GS na grunt wibroakustycznej diagnostyki maszyn. Zaimplementowano, zatem przytoczone wyżej kroki budowy modelu prognostycznego w systemie symulacyjnym Matlab®, dodając procedurę ruchomego okienka prognostycznego – *rolling window*. Kolejne rysunki przedstawiają efekty działania programu **GSago.m** w zastosowaniu do prognozowania w diagnostyce jedno i wielowymiarowej.

Weźmy wpierrw pod uwagę ewolucję skutecznej prędkości drgań (*mm/s*) na łożysku młyna wentylatorowego do przemiału węgla w elektrociepłowni. Na rys. 1 przedstawiono uśrednioną w przedziałach (21 obserwacji) ewolucję symptomu pokazując jako oddzielne krzywe; zaobserwowany symptom X_0 , jego prognozę x_{j0} oraz bieżący błąd prognozy edc zmniejszony dziesięciokrotnie celem umieszczenia go na jednym rysunku.

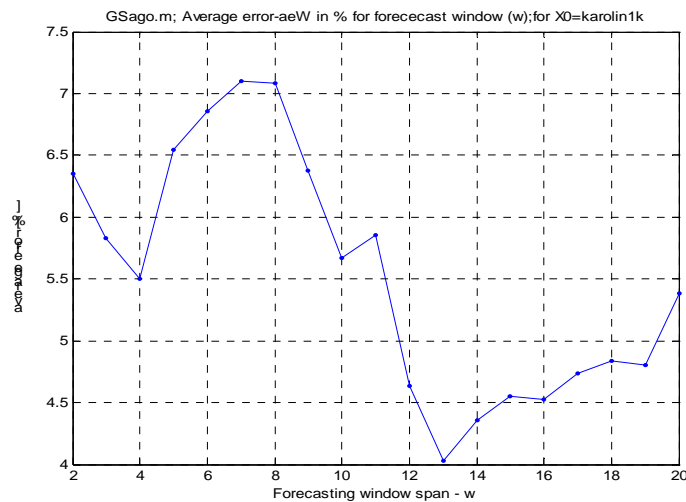


Rys. 1. Początkowy fragment ewolucji prędkości drgań łożyska młyna wentylatorowego X_0 , jej prognoza x_{j0} o jeden krok w przód i bieżący błąd prognozy edc , wraz z informacją o szerokości okna w i średnim błędzie prognozy

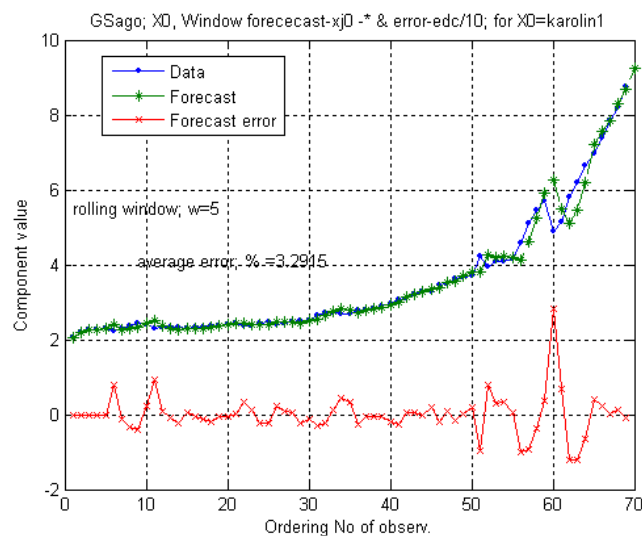
Jak widać z rysunku gwałtowne skoki symptomu są korygowane w prognozie w jej następnym kroku (*krzywa z gwiazdkami**), błąd prognozy jest w tym miejscu ($k=12$) maksymalny (*ponad 20%*) przy średnim błędzie w całym zakresie ($k=1,2 \dots 21$) równym 6,55%. Nie jest to duży błąd, tym bardziej, że końcowy fragment krzywej prognozy ma błąd znacznie mniejszy. Według ogólnie przyjętych zasad **prognozę na poziomie 5%** uważa się za dobrą. Uzyskiwane wartości są bliskie tej granicy.

A jak wygląda prognoza dla tych samych obserwacji w świetle możliwości zmiany szerokości ślizgającego okna prognozy w ? Sytuację tą dla tego samego obiektu przedstawia kolejny rysunek (rys. 2) dla w w zakresie (2-20). Jak widać z rysunku krzywa błędu średniego prognozy **aeW** w funkcji szerokość okna ma szereg minimów dla $w = 4; 10; 13$, a minimalny błąd średni **aeW** = **4.0%** można uzyskać dla szerszego okna $w = 13$, większego niż połowa

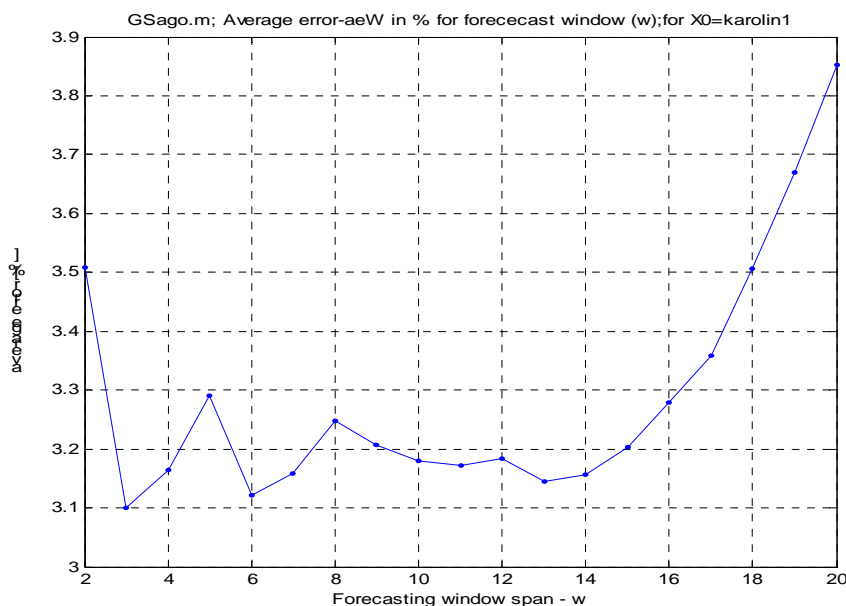
liczby obserwacji. Weźmy teraz ten sam młyn wentylatorowy wraz z jego całkowitą krzywą życia prędkości drgań łożyska bez uśredniania w wartościach w przedziałach ($n=69$). Sytuację tą w tej samej konwencji prezentacji jak na rys. 1 przedstawia rys. 3. Widać tu, że przy tym samym oknie prognozy $w = 5$ mamy nieco mniejszy średni błąd prognozy równy około **3,3%**. Ponadto krzywa bieżącego błędu zachowuje się podobnie mając lokalne maksima w miejscach skoku prognozowanego symptomu. Natomiast inaczej zachowuje się średni błąd prognozy **aeW** w funkcji szerokości okna w . Mamy tu kilka minimów dla $w = 3; 6; 13$ z minimum globalnym dla $w = 3$, z błędem **aeW(3) = 3,1%**. Następnie dla wzrastających wartości $w > 13$ błąd prognozy rośnie monotonicznie uzyskując dla $w > 20$ wartości rzędu kilkunastu procent.



Rys. 2. Średni błąd prognozy w funkcji okna prognozy w dla danych symptomowych z rys. 1



Rys. 3. Krzywa życia prędkości drgań łożyska młyna wentylatorowego, jej prognoza wg szarego modelu diagnostycznego i bieżący błąd prognozy



Rys. 4. Średni błąd prognozy szarego modelu symptomu z rys. 3 w funkcji szerokości okna prognozy w

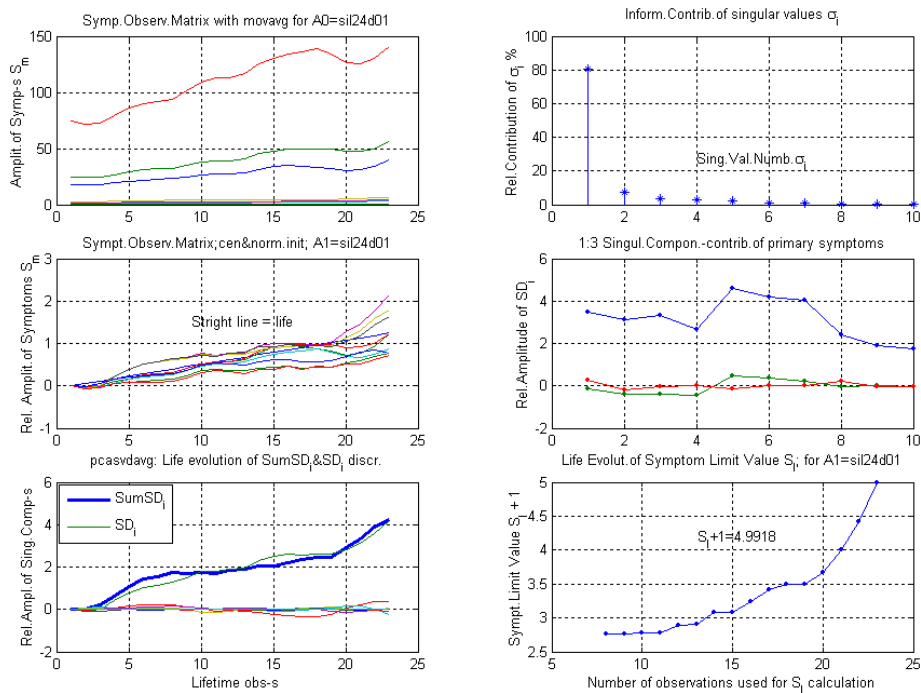
Podsumowując oba pokazane przypadki zastosowania szarego modelu **GM(1,1)** do prognozowania wartości krzywych symptomowych drgań można powiedzieć, że w zależności od monotoniczności krzywej symptomowej uzyskane średnie błędy prognozy są rzędu kilku do kilkunastu procent. Natomiast błędy lokalne, chwilowe mogą osiągać nawet rząd 20% i wyżej, zależnie od ostrości skoku na krzywej symptomowej. Wynika stąd, że opisywana metoda prognozowania nadaje się w szczególności dla symptomowych krzywych życia charakteryzujących się monotonicznym wzrostem bez istotnych fluktuacji wartości. W przypadku zmiennych parametrów sterowania obiektu, które wpływają na wartości mierzonego symptomu, należy grupować obserwacje dotyczące poszczególnych wartości tychże parametrów i tak otrzymane krzywe życia rozpatrywać osobno. Istotnym problemem jest także konieczność zachowania stałego kroku pomiarowego. Aby go zapewnić można jednak zastosować tutaj technikę interpolacji, bądź też zastosować metodę ulepszenia kroku proponowaną przez Guo, [7]. Prezentowana zaś wyżej metoda nadaje się do prognoz krótkookresowych w przedstawionych przykładach jest to zawsze jeden krok w przód.

Tyle na temat prognozowania jednego symptomu w diagnostyce prostych maszyn, takich np. jak młyn

wentylatorowy. Zobaczmy niżej jak wygląda podobna sytuacja dla diagnostyki wielowymiarowej.

4. PROGNOZOWANIE W DIAGNOSTYCE WIELOWYMIAROWEJ

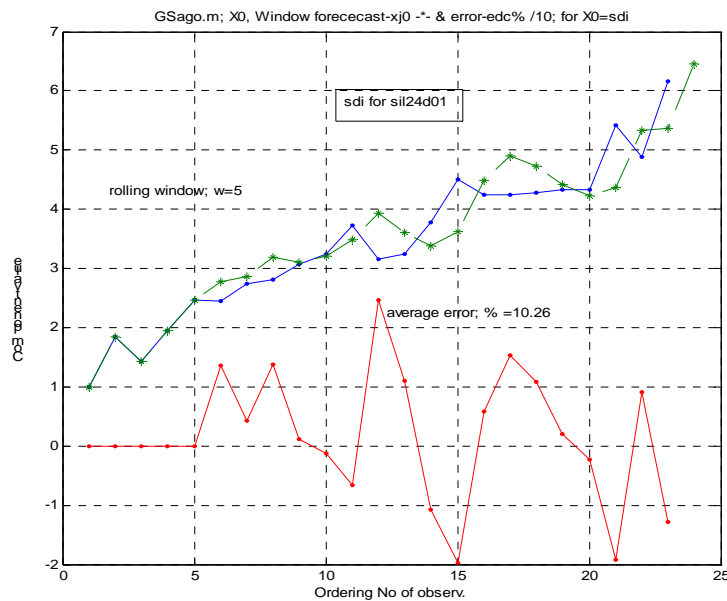
Wielo uszkodzeniowa diagnostyka maszyn jest na początku swego rozwoju, nie ma więc tu jeszcze ustalonych metod. Generalnie do przetwarzania sygnałów i/lub symptomów używa się tu sieci neuronowych [15], jedną z metod tzw. data fusion [11], oraz rozkład względem wartości szczególnych – **SVD** uprawiany przez autorów tej pracy. Posłużymy się dalej tą ostatnią metoda do ekstrakcji informacji o uszkodzeniach i to w przypadku najprostszym jednego dominującego uszkodzenia. Rys. 5 przedstawia wynik jednoczesnego przetwarzania dziewięciu krzywych symptomowych drgań rejestrowanych na silniku diesla stosowanym do napędu lokomotyw. Pomiary wszystkich wielkości drganiowych wykonywano na głowicy jednego z cylindrów, co 10 tysięcy kilometrów przebiegu.



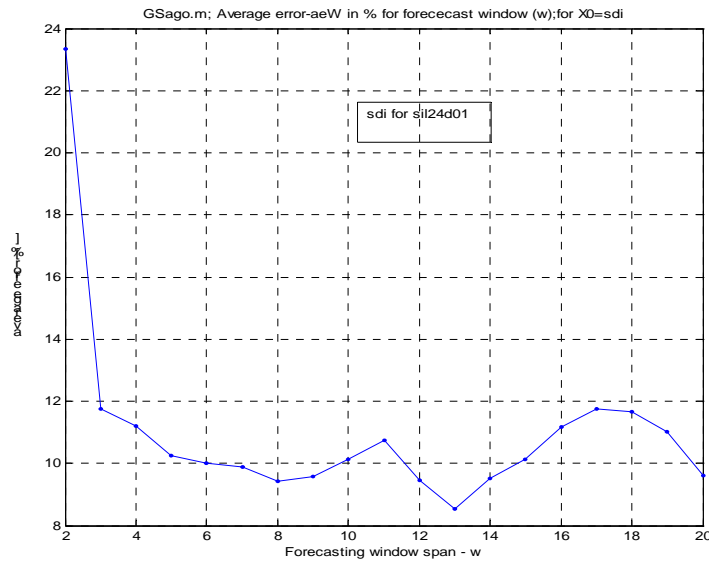
Rys. 5. Efekty przetworzenia 9 drganiowych krzywych symptomowych w diagnostyce silnika lokomotywy spalinowej (pomiaru co 10 tys. km)

Obrazek lewy górny rys. 5 przedstawia 9 krzywych symptomowych pokazanych w ich jednostkach i wartościach pomiarowych, natomiast obrazek poniżej przedstawia to samo po unormowaniu do wartości początkowych każdego symptomu. Dolny obrazek z lewej strony przedstawia efekt działania algorytmu SVD i daje uogólnione krzywe życia uszkodzeń. A ponieważ w pierwszym podejściu

interesuje nas ogólne zaawansowanie uszkodzeń to do naszych celów weźmiemy krzywą *SumSD_i* (niebieska), traktując ją dalej jako wejście do modelu GM(1,1). Efekt przetworzenia tych danych naszym programem **GSago** pokazuje rys. 6 przedstawiony w tej samej konwencji co poprzednie rys. 1 i 5.



Rys. 6. Uogólniona krzywa zaawansowania uszkodzeń silnika trakcyjnego, jej prognoza wg szarego modelu (gwiazdki *) wraz błędem prognozy



Rys. 7. Średni błąd prognozy uogólnionego symptomu stanu silnika trakcyjnego w zależności od szerokości okna obliczeniowego w

Jak widać z rys. 6 prognoza jest opóźniona w stosunku do obserwacji o jeden krok i w punktach skoku obserwowanej wartości uzyskujemy maksimum błędu chwilowego dochodzącego czasami do 20%, przy średnim błędzie prognozy rzędu 10%. Jest to niezły wynik, a jak popatrzymy na następny rys. 7 to widzimy, że dla naszej szerokości okna $w=5$ średni błąd nie jest minimalny, może on być mniejszy dla $w=8$, a zwłaszcza $w=13$. Widać więc z powyższego, że dla zagadnień diagnostyki wielowymiarowej szare modele symptomowe mogą być tak samo przydatne jak i dla diagnostyki jednowymiarowej.

W ramach badań tej pracy przeanalizowano jeszcze wiele przypadków prognoz jednowymiarowych i wielowymiarowych badając problem optymalnej prognozy przy warunku minimalnego błędu średniego aeW . Okazuje się z tych badań, niepokazanych tu z braku miejsca, że optymalna szerokość ślizgającego okna dla $GM(1,1)$ jest rzędu $w = 4 - 8$, mimo że np. błąd prognozy nie jest jeszcze minimalny. Bowiern powyżej tej szerokości przedziału w pogarsza się jakość prognozy i wielkości prognozowane mogą być równe lub nawet mniejsze od obserwowanych, co może być w diagnostyce całkowicie nieprzydatne.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawiona wyżej metodologia prognozowania krótkoterminowego wg koncepcji teorii szarych systemów GS nadaje się także do zastosowań w dziedzinie drganiowej diagnostyki maszyn. Wniosek ten jest słuszny zarówno dla diagnostyki jedno uszkodzeniowej jak i wielu uszkodzeniowej. Zastosowano tu metodę ślizgającego się okienka prognozy, co daje mniejszy błąd, a jak wynika

z przedstawionych danych zawsze można znaleźć szerokość okna o minimalnej wielkości błędu prognozy. Wydaje się, iż można się pokusić o bieżące szacowanie optymalnej szerokości okna wychodząc z oszacowania nieciągłości prognozowanej krzywej życia. Będzie to ewentualnie przedmiotem dalszych badań.

6. Literatura

- [1] Batko W.: *Metody syntezy diagnoz predykcyjnych w diagnostyce technicznej*. Rozprawa habilitacyjna, AGH, Kraków 1984. str. 134.
- [2] Cempel C.: *Diagnostyka Wibroakustyczna Maszyn*. Wyd. Politechniki Poznańskiej, 1984, wydanie II poprawione, PWN, Warszawa 1990.
- [3] Cempel C.: *Simple condition forecasting techniques in vibroacoustical diagnostics*. Mechanical Systems and Signal Processing, 1987, pp 75 – 82.
- [4] Deng J-L.: *Control Problems of Grey Systems*. Systems and Control Letters, Vol. 1, No 5, North Holland, Amsterdam, 1982.
- [5] Deng J-L.: *Introduction to grey system theory*. The Journal of Grey System, 1989, Vol. 1, No 1, pp 1-24.
- [6] Deng J-L.: *The Course on Grey Systems Theory*. Publishing House, Huazhong University of Technology, Wuhan, (in Chinese), 1990.
- [7] Guo R.: *Modeling imperfectly repaired system data via grey differential equations with unequal-gapped time*. Reliability

- Engineering & System Safety, Vol. 92, No 3, March 2007, pp378 -391.
- [8] ICME06, Proceedings of the First International Conference on Maintenance Engineering, Cheng Du, China, October 2006, p1300.
- [9] Kaźmierczak J.: *Zastosowanie liniowych modeli procesów losowych do prognozowania w diagnostyce maszyn*. Rozprawa habilitacyjna, Politechnika Śląska, Gliwice 1989.
- [10] Luo M., Kuhnell B. T.: *Forecasting machine condition using grey-system theory*. Bulletin of MCCM, Monash Univ. 1990, Vol. 2, No 1.
- [11] Raheja D., Llinas J., Nagi R., Romanowski C.: *Data fusion / data mining based architecture for condition based maintenance*. International Journal of Production Engineering, Vol. 44, No 14, 2006, pp 2869 -2887.
- [12] Sijing C., Guangxu T., Hualin G.: *Grey system theory applied to rock mechanics*. International Journal of Rock Mechanics, Vol.30, No 4, 1993, pp 473-478.
- [13] Tabaszewski M.: *Koncepcja wielosymptomowej prognozy diagnostycznej w oparciu o sieci neuronowe*. 2007, (publikacja w przygotowaniu)
- [14] Tabaszewski M.: *Metody doboru modeli prognostycznych w automatycznych systemach diagnostycznych*. Diagnostyka , vol. 30, tom 2, 2004, str. 125-128.
- [15] Tabaszewski M.: *Prognozowanie resztkowej miary eksploatacji mlyna wentylatorowego w oparciu o sieci neuronowe*. Diagnostyka , nr. 3(39)/2006, str. 149-156.
- [16] Tylicki H.: *Optimalizacja procesu prognozowania stanu technicznego pojazdów mechanicznych*. Rozprawa habilitacyjna, ATR, Bydgoszcz 1998, str. 103.
- [17] Wang T. C., Liou M. C., Hung H. H.: *Application of grey theory on forecasting the exchange rate between TWD and USD*. Internet 2005, pp 1 – 8.
- [18] Wen K. L., Chang T. C.: *The research and development of completed GM(1,1) model toolbox using Matlab*. International Journal of Computational Cognition, 2005, Vol. 3, No 3, pp 42-48.
- [19] Yao A. W. L., Chi S. C.: *Analysis and design of a Taguchi-Grey based electricity demand predictor for energy management systems*. Energy Conversion & Management, 2004, Vol. 45, pp 1205-1217.
- [20] Zhang H., Li Z., Chen Z.: *Application of grey modeling method to fitting and forecasting wear trend of marine diesel engines*. Tribology International, 2003, Vol.36, pp 753 – 756.
- [21] Zhang L., Wang Z., Zhao S.: *Short-term fault prediction of mechanical rotating parts on the basis of fuzzy-grey optimizing method*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, Vol.21, pp 856-865.



Prof. dr hab. **Czesław CEMPEL** jest kierownikiem Zakładu Wibroakustyki i Bio-Dynamiki Systemów Wydziału Budowy Maszyn i Zarządzania Politechniki Poznańskiej, mult. dr h. c., członek korespondent Polskiej Akademii Nauk, członek Komitetu Badań Naukowych w trzeciej kadencji. Jest członkiem wielu organizacji naukowych krajowych i zagranicznych np. IMEKO, EUROSCIENCE, GAMM. Jeden z założycieli PTDT w 1990r. Obecnie jest honorowym przewodniczącym PTDT. Zajmuje się wibroakustyką i diagnostyką maszyn, inżynierią systemów, ekologią. Autor ponad 370 opublikowanych prac, 14 skryptów i książek.



Dr inż. **Maciej TABASZEWSKI** jest adiunktem w Instytucie Mechaniki Stosowanej Politechniki Poznańskiej. Jego zainteresowania dotyczą wartości prognozowania wartości symptomów, stanu maszyn oraz czasu resztkowego do awarii, a także wykorzystania metod sztucznej inteligencji w procesie prognozowania, modelowania miar sygnałów diagnostycznych i pomiarów wielkości mechanicznych. Zajmuje się także programowaniem obiektowym dla potrzeb narzędzi cyfrowej analizy sygnałów, oraz metodami eksploracji danych.

Praca przedstawiona jako wykład plenarny na XXXIV Sympozjum 'Diagnostyka Maszyn', Węgierska Górka, marzec 2007.

PRÓBKOWANIE SYGNAŁÓW DIAGNOSTYCZNYCH CZĘŚĆ I PRÓBKOWANIE W PRZESTRZENI HILBERTA Z REPRODUKUJĄCYM JĄDREM SHANONA

Zenon SYROKA

Uniwersytet Warmiński – Mazurski, Wydział Nauk Technicznych
ul. Oczapowskiego 11, 10 –717 Olsztyn, e-mail: syrokaz@onet.eu

Streszczenie

W pracy przedstawiono matematyczny opis sygnałów diagnostycznych przestrzeni Hilberta oraz sposób konstrukcji tej przestrzeni. Podano teorię jąder reprodukujących w zastosowaniu do próbkowania sygnałów diagnostycznych oraz zapis klasycznego twierdzenia o próbkowaniu Shanona wykorzystującego teorię jąder reprodukujących.

Słowa kluczowe: próbkowanie sygnałów, przestrzenie sygnałów, przestrzeń Hilberta, jądra reprodukujące, jądra Shanona.

SAMPLING THE DIAGNOSTIC SIGNALS PART I

SAMPLING IN THE REPRODUCING KERNEL HILBERT SPACE WITH SHANON KERNEL

Summary

In this article is defined the diagnostic signals in the reproducing kernel Hilbert space and the way this space is constructed. The theory of the reproducing kernel Hilbert space and Shanon theorem in this space were given.

Keywords: sampling signals, signals space, Hilbert space, reproducing kernel, Shanon kernel.

1. WPROWADZENIE

Próbkowanie jest procesem reprezentowania sygnału o czasie ciągłym za pomocą ciągu próbek pobieranych w dyskretnych chwilach czasu. Technika próbkowania jest wszechobecna w dziedzinie cyfrowego przetwarzania sygnałów. W praktyce próbkowanie przeprowadza się poprzez podanie sygnału ciągłego na wejście przetwornika analogowo – cyfrowego, którego sygnał wyjściowy jest ciągiem wartości cyfrowych. W chwilach, w których chcemy zarejestrować próbki sygnału, otwierana jest bramka elektroniczna. W ten sposób tworzone są krótkie impulsy o amplitudach odpowiadających wartościom sygnału ciągłego w wybranych chwilach próbkowania.

Praca jest wprowadzeniem do matematycznej teorii próbkowania sygnałów diagnostycznych dolnopasmowych, czyli opisu procesu próbkowania za pomocą jąder, tzn. funkcji matematycznych, dzięki którym sygnał diagnostyczny może być odpowiednio wysłany w kanał telekomunikacyjny a w odbiorniku na podstawie odebranych próbek zrekonstruowany. Wystarczy w tym celu znaleźć najbardziej odpowiednią bazę sygnałów diagnostycznych dla konstrukcji przetwornika.

Głównym celem trzech części prac jest udowodnienie w ścisły sposób analityczny iż,

rozkładając sygnał w szereg względem odpowiedniej bazy (szeregi takie nazywane są finite and infinite sampling series) ortogonalnej po stronie nadawczej i przesyłając w kanale tylko informacje o jego współczynnikach rozwinięcia a w odbiorniku odpowiednio je generując i sumując można otrzymać sygnał wejściowy (bezzprzewodowy system diagnostyczny).

W tej części pracy przedstawiono ogólną teorię jąder reprodukujących oraz próbkowanie klasyczne, przy pomocy jądra Shanona.

2. PRZESTRZENIE FUNKCYJNE SYGNAŁÓW DIAGNOSTYCZNYCH

Występujące w technice sygnały diagnostyczne należy rozważać jako elementy przestrzeni funkcyjnych. Podejście takie umożliwia efektywne stosowanie analizy funkcjonalnej. Podstawowym elementem analizy funkcjonalnej jest przestrzeń liniowa [8].

Definicja 1

Zbiór sygnałów $\{S\}$ nazywamy przestrzenią liniową, jeżeli dla każdego dwóch sygnałów f_1, f_2 określona jest ich suma $f_1 + f_2 = f \in S$ oraz, jeżeli dla każdego sygnału $f \in S$ i dla każdej liczby rzeczywistej $\alpha, \beta \in R$ (zespolonej $\alpha, \beta \in C$) określony jest iloczyn $\alpha f \in R$.

Wprowadzone działania dodawania i mnożenia muszą spełniać ponadto następujące aksjomaty:

- (I) $f_1 + f_2 = f_2 + f_1$ – przemienność dodawania;
 (II) $(f_1 + f_2) + f_3 = f_1 + (f_2 + f_3)$ – łączność dodawania;
 (III) istnieje element zerowy $\theta \in S$ taki, że $\theta f = \theta$, dla każdego $f \in S$;
 (IV) $\alpha(f_1 + f_2) = \alpha f_1 + \alpha f_2$ – prawo rozdzielności;
 (V) $(\alpha + \beta)f + \alpha f + \beta f$ – prawo rozdzielności;
 (VI) $(\alpha\beta)f = \alpha(\beta f)$, łączność mnożenia;
 (VII) $sf = f$, $s \in S$, istnieje element neutralny zbioru $\{S\}$.

Zbiory sygnałów diagnostycznych o ograniczonej mocy średniej i o ograniczonej energii, zbiory diagnostycznych sygnałów sinusoidalnych, a także okresowych stanowią przestrzenie liniowe.

Definicja 2

Jeżeli każdemu sygnałowi f z przestrzeni liniowej S przyporządkować liczbę nieujemną $\|f\|$ tak, że spełnione są warunki (aksjomaty normy):

- (I) $\|f\| = 0 \Rightarrow f = \theta$;
 (II) $\|\lambda f\| = |\lambda| \|f\|$, $\lambda \in R$ lub $\lambda \in C$ – jednorodność normy;
 (III) $\|f_1 + f_2\| \leq \|f_1\| + \|f_2\|$ – nierówność trójkąta, to przestrzeń S nazywamy unormowaną, a liczbę $\|f\|$ nazywamy normą sygnału.

Jeżeli w przytoczonych przykładach norma zdefiniowana będzie jako pierwiastek całki z wartości bezwzględnej sygnału diagnostycznego, to wszystkie aksjomaty normy zostaną spełnione, a wymienione przestrzenie będą przestrzeniami liniowymi unormowanymi.

Definicja 3 [2]

Niech $\{f_n\}$ będzie nieskończonym ciągiem sygnałów w przestrzeni unormowanej $\{S, \|\cdot\|\}$ oraz f wyróżnionym elementem tej przestrzeni. Jeżeli:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n - f\| = 0$$

to mówimy, że ciąg sygnałów jest zbieżny do sygnału f w sensie normy. Sygnał f nazywamy granicą ciągu $\{f_n\}$

Definicja 4

Ciąg sygnałów $\{f_n\}$ przestrzeni liniowej i unormowanej $\{S, \|\cdot\|\}$ nazywamy ciągiem Cauchy'ego gdy:

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ m \rightarrow \infty}} \|f_n - f_m\| = 0,$$

tzn. jeżeli odległość pomiędzy wyrazami ciągu o dostatecznie dużych numerach maleje do zera.

Definicja 5

Jeżeli w przestrzeni liniowej unormowanej każdy ciąg Cauchy'ego ma granicę należącą do tej przestrzeni, to przestrzeń $\{S, \|\cdot\|\}$ nazywamy przestrzenią zupełną.

Definicja 6

Przestrzeń liniowa sygnałów, unormowana i zupełna nosi nazwę przestrzeni Banacha.

Znane z geometrii euklidesowej pojęcia iloczynu skalarnego i ortogonalności wektorów uogólnia się na przypadek przestrzeni sygnałów diagnostycznych w następujący sposób.

Definicja 7

Iloczynem skalarnym uporządkowanej pary sygnałów $f_1, f_2 \in S$ przestrzeni liniowej S nazywamy odwzorowanie, które tej parze przyporządkowuje liczbę $\langle f_1, f_2 \rangle$ rzeczywistą lub zespoloną tak, że spełnione są następujące aksjomaty:

- (I) $\langle f_1, f_2 \rangle = \langle f_1, f_2 \rangle^*$
 (II) $\langle \alpha f_1, f_2 \rangle = \alpha \langle f_1, f_2 \rangle$
 (III) $\langle f_1 + f_2, f_3 \rangle = \langle f_1, f_3 \rangle + \langle f_2, f_3 \rangle$
 (IV) $\langle f, f \rangle = 0$ dla $f = \theta$ i $\langle f, f \rangle > 0$ dla $f \neq \theta$

Z wymienionych aksjomatów wynikają zależności:

$$\langle \theta, f \rangle = 0 \quad (1)$$

$$\langle f_1, f_2 \rangle \leq \sqrt{\langle f_1, f_1 \rangle} \sqrt{\langle f_2, f_2 \rangle} \quad (2)$$

$$\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle} \quad (3)$$

Definicja 8

Przestrzeń liniowa sygnałów S , w której istnieje iloczyn skalarny i norma określona wzorem (3), nazywamy przestrzenią unitarną.

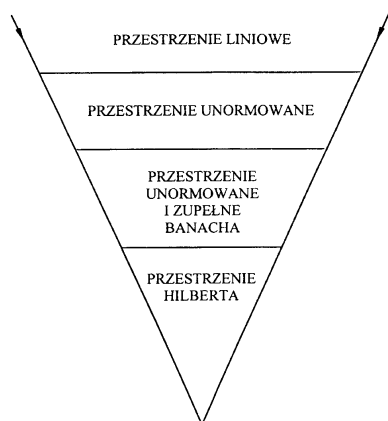
Definicja 9

Przestrzeń liniową, unitarną i zupełną sygnałów nazywamy przestrzenią Hilberta.

Sposób konstrukcji przestrzeni Hilberta odgrywającej ważną rolę w analizie sygnałów przedstawia rys. 1.

Przestrzeń $L_p^2(0, T)$, sygnałów diagnostycznych całkownych z kwadratem w przedziale $\langle 0, T \rangle$, przestrzeń sygnałów diagnostycznych o skończonej energii i mocy, przestrzeń l_2 są przestrzeniami Hilberta.

Własności takich sygnałów zostaną opisane w następnym rozdziale.



Rys. 1. Ilustracja konstrukcji przestrzeni Hilberta

3. WŁASNOŚCI SYGNAŁÓW DIAGNOSTYCZNYCH W PRZESTRZENI HILBERTA

Właściwości abstrakcyjnej przestrzeni Banacha czy przestrzeni Hilberta są automatycznie słuszne dla każdej konkretnej przestrzeni Hilberta i Banacha. Nie jest zatem konieczne badanie każdej z poszczególnych przestrzeni osobno. Jest to niewątpliwie zaletą abstrakcyjnego ujęcia teorii sygnałów.

Ze względu na specyfikę analizy wyodrębniamy przestrzeń pre – Hilbertowską zdefiniowaną [2]:

Definicja 10

Liniowa wektorowa przestrzeń sygnałów wyposażona w iloczyn skalarny nazywana jest przestrzenią pre – Hilbertowską.

Norma w przestrzeni pre – Hilbertowskiej zadana jest przez iloczyn skalarny (3). Kwadrat normy jest interpretowany jako energia sygnału. Przestrzeń $L_p^2(0, T)$ jest przestrzenią sygnałów impulsowych o ograniczonej energii. Można zatem powiedzieć, iż jeżeli f_1 jest sygnałem napięciowym a f_2 prądowym to iloczyn skalarny tych sygnałów w przestrzeni Hilberta określa całkowitą energię dostarczoną do układu w przedziale $(0, T)$.

Lemat 11 [2]

Niech H jest pre – Hilbertowską przestrzenią nad ciałem C . To dla każdego $x, y \in H$ spełnione są następujące tożsamości:

- (I) nierówność Schwartza
$$|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \|y\| \quad (4)$$
- (II) prawo równoległoboku
- (III)
$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2) \quad (5)$$

W przestrzeni pre – Hilbertowskiej nad ciałem R można zdefiniować kąt pomiędzy dwoma sygnałami $x, y \in H$ w postaci [5]:

$$\cos \varphi = \frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \|y\|} \quad (6)$$

Kąt ten jest postaci $k\pi$, gdzie k jest dowolną liczbą.

Zdefiniowanie kąta pomiędzy sygnałami prowadzi do pojęcia ortogonalności sygnałów [2]:

Definicja 12

Niech H jest przestrzenią pre – Hilbertowską, mówimy, iż $x, y \in H$ są ortogonalne jeżeli $\langle x, y \rangle = 0$. Niech S jest podzbiorem przestrzeni H . Zbiór ortogonalny do S oznaczony jest przez S^\perp i zdefiniowany jest w postaci:

$$S^\perp = \{x \in H \mid \langle x, y \rangle = 0 \text{ dla każdego } x \in S\}. \quad (7)$$

Z pojęciem ortogonalności sygnałów związana jest addytywność energii lub mocy średniej sygnału względem rozkładu sygnału na składowe.

Ortogonalność w przestrzeni pre – Hilbertowskiej nad ciałem R implikuje zależność Pitagorasa [2]:

Twierdzenie 14

Niech H jest przestrzenią pre – Hilbertowską. Jeżeli x i y są ortogonalne to:

$$\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 \quad (8)$$

Można zapisać [2]:

$$\langle x, y \rangle = 0 \Leftrightarrow \|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 \quad (9)$$

W przestrzeni pre – Hilbertowskiej nad ciałem C twierdzenie (14) nie jest prawdziwe.

Norma w przestrzeni pre – Hilbertowskiej spełnia jeszcze poniższe warunki [5]:

Twierdzenie 15

(I) dla przestrzeni pre – Hilbertowskiej nad ciałem R

$$4\langle x, y \rangle = \|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 \quad (10)$$

(II) dla przestrzeni pre – Hilbertowskiej nad ciałem C

$$4\langle x, y \rangle = \|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 + i\|x + iy\| - i\|x - iy\| \quad (11)$$

Norma w przestrzeni pre – Hilbertowskiej indukuje odległość pomiędzy sygnałami.

Definicja 16

Odwzorowanie $d : H \times H \rightarrow R_+$ jest nazywane odległością sygnałów w przestrzeni pre – Hilbertowskiej jeżeli dla każdego $x, y, z \in H$ zachodzą związki:

$$(I) d(x, y) \geq 0 \text{ i } d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y; \quad (12)$$

$$(II) \quad d(x, y) = d(y, x); \quad (13)$$

$$(III) \quad d(x, y) \geq d(x, z) + d(z, y); \quad (14)$$

odległość $d(x, y)$ dana jest wtedy w postaci:

$$d(x, y) = \|x - y\|. \quad (15)$$

Definicja 17

Przestrzeń pre-Hilbertowska zupełną sygnałów w metryce danej przy pomocy normy (15) nazywamy przestrzenią Hilberta.

W celu wyjaśnienia teorii konstrukcji jąder reprodukcyjnych wykorzystywanych do próbkowania sygnałów diagnostycznych należy rozważyć aproksymację dyskretną sygnałów w przestrzeni Hilberta.

Aproksymacje dyskretnie polegają na przybliżaniu sygnału f szeregiem:

$$f(t) \approx \sum_{n=1}^n a_n e_n(t) \quad (16)$$

gdzie:

a_n – współczynniki szeregu,
 $e_n(t)$ – funkcje bazowe,

tak, aby błąd aproksymacji był możliwie jak najmniejszy.

Aproksymację przeprowadza się w dwóch fazach, w pierwszej fazie procedury aproksymacyjnej wybiera się zbiór funkcji bazowych $e_n(t)$, charakteryzujących się zwykle określonym typem zmienności w czasie. Po ustaleniu tych funkcji, w drugiej fazie, wyznacza się liczby a_n , tak, aby błąd aproksymacji sygnału szeregiem (16) był najmniejszy w sensie pewnego ustalonego kryterium miary błędu. Z reguły funkcje $e_n(t)$ są dobierane w taki sposób, że ze wzrostem ich liczby, tzn. ze wzrostem n , błąd aproksymacji maleje. Mówimy wówczas, że ciąg funkcji jest zbieżny w sensie ustalonego kryterium zbieżności do sygnału f .

Definicja 18 [6]

Nieskończony ciąg $\{e_1, e_2, \dots, e_n, \dots\}$ elementów przestrzeni Hilberta nazywamy ciągiem liniowo niezależnym, gdy dowolna kombinacja liniowa tych elementów spełnia warunek:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n e_n = 0 \rightarrow \text{dla każdego } n \in \mathbb{N} \quad a_n = 0$$

Z definicji liniowej niezależności elementów e_n wynika, że żaden z elementów e_n nie może być przedstawiony jako kombinacja liniowa pozostałych elementów.

Definicja 19 [4]

Zbiór elementów liniowo niezależnych $\{e_1, e_2, \dots, e_n, \dots\}$ przestrzeni Hilberta nazywamy

układem ortogonalnym, gdy wszystkie elementy e_n są parami ortogonalne. $\langle e_i, e_k \rangle = 0$ gdy $j \neq k$.

Definicja 20 [4]

Zbiór elementów liniowo niezależnych $\{e_1, e_2, \dots, e_n, \dots\}$ przestrzeni Hilberta nazywamy układem zupełnym, jeśli dla elementu x przestrzeni Hilberta warunek $\langle x, e_n \rangle = 0$ pociąga warunek $x = 0$

Definicja 21 [4]

Bazą ortonormalną w przestrzeni Hilberta nazywamy każdy układ $\{e_1, e_2, \dots, e_n, \dots\}$ ortogonalny, unormowany ($\|e_n\| = 1, n \in \mathbb{N}$) i zupełny.

Twierdzenie 22 [4]

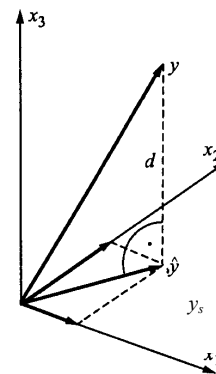
W przestrzeni Hilberta istnieje przeliczalna baza ortonormalna wtedy i tylko wtedy, gdy przestrzeń jest ośrodkowa.

Przykładami przestrzeni ośrodkowych są przestrzenie $l^2, L^2, L^2(0, T)$. Należy zauważyć, że w ośrodkowej przestrzeni Hilberta istnieje na ogół nieskończenie wiele baz sygnałów.

Definicja 23 [2]

Sygnał $y_S \in H$ nazywamy rzutem ortogonalnym sygnału $y \in H$ na podprzestrzeń $S \subset H$, jeśli $y_S \in S$ i różnica $d = y - y_S$ jest ortogonalna do S .

Na rys. 2 przedstawiono ilustrację graficzną tej definicji.



Rys. 2. Rzut ortogonalny na podprzestrzeń $y \in \mathbb{R}^3$, a y_S jest jego rzutem na podprzestrzeń rozpiętą przez $\{x_1, x_2\}$, przy czym $d = y - y_S$ jest sygnałem ortogonalnym do podprzestrzeni rozpiętej przez $\{x_1, x_2\}$

Zachodzi wówczas równość:

$$\|y\|^2 = \|y_S\|^2 + \|d\|^2 \quad (17)$$

Zauważmy, że każdy sygnał $y \in H$ ma co najwyżej jeden rzut ortogonalny na daną podprzestrzeń $S \subset H$. Istnienie rzutu ortogonalnego rozstrzyga następujące twierdzenie

Twierdzenie 24 [4]

Niech S będzie domkniętą podprzestrzenią przestrzeni Hilberta H . Dla każdego sygnału $y \in H$ istnieje dokładnie jeden sygnał $y_S \in S$ taki, że $\|y - y_S\| = d(y, S)$. Sygnał y spełnia jednocześnie warunek $\langle y - y_S, u \rangle = 0$ dla każdego $u \in S$.

Jeśli $\{\varphi_n\}$ jest bazą ortonormalną w S , to rzut ortogonalny sygnału $f \in H$ na S jest określony

$$y_S = \sum_n \langle f, \varphi_n \rangle \varphi_n \quad (18)$$

w przypadku jeśli $\{\varphi_n\}$ jest bazą ortogonalną to rzut ortogonalny sygnału $f \in H$ na S jest określony

$$y_S = \sum_n \frac{\langle f, \varphi_n \rangle}{\langle \varphi_n, \varphi_n \rangle} \varphi_n \quad (19)$$

Powyższe zależności stanowią podstawę do zdefiniowania funkcji zwanej jądrem reprodukującym wykorzystywanym do teorii próbkowania sygnałów.

4. JĄDRO REPRODUKUJĄCE W PRZESTRZENI HILBERTA

Jądro reprodukujące jest funkcją $D \times D \rightarrow R$ (w ogólności $D \subseteq R^n$). Funkcje te należą do przestrzeni sygnałów (typowo do L^2 , zbiór sygnałów całkowalnych z kwadratem). Przestrzeń Hilberta wyposażona w jądro nazywana jest przestrzenią Hilberta z reprodukującym jądrem.

Definicja 25 [1]

Funkcja $k(\cdot, \cdot)$ z $D \times D \rightarrow R$ jest dodatnim jądrem jeżeli jest symetryczna i jeżeli dla każdego podzbioru $\{D_i\}$, $i = 1, n$, zbioru D , i dla każdego szeregu skalarów $\{\alpha_i\}$, $i = 1, n$ był spełniony jest warunek

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j k(x_i, x_j) \geq 0 \quad (20)$$

W związku z tym możemy zapisać

$$k(x, y) > 0 \Leftrightarrow \forall f \in L^2 \langle \langle f, f \rangle_{L^2}, f \rangle_{L^2} \geq 0 \quad (21)$$

W pracy [1] udowodniono, iż:

$$k(x, y) > 0 \Leftrightarrow \forall f \in H \langle \langle f, f \rangle_H, f \rangle_H \geq 0 \quad (22)$$

oraz wprowadzono bijekcję pomiędzy pojęciem dodatniego jądra a przestrzenią Hilberta z reprodukującym jądrem.

Twierdzenie 26 [1]

Dla każdej przestrzeni Hilberta z reprodukującym jądrem odpowiada jednoznacznie zdefiniowana funkcja zwana reprodukującym jądrem i odwrotnie dla każdej funkcji f spełniającej warunki definicji (25) można zbudować przestrzeń Hilberta z tą funkcją jako jądrem reprodukującym.

W pracy [7] uogólniono pojęcie jądra przy pomocy pojęcia dualnej bazy.

$$k(x, y) > 0 \Leftrightarrow \forall f \in E^* \langle \langle f, f \rangle_{E^*}, f \rangle_{E^*} \geq 0 \quad \text{gdzie } E \in H \quad (23)$$

Definicja 27 [3]

Biortogonalny system w przestrzeni Hilberta składa się z dwóch podzbiorów $\{\varphi_n\}$ i $\{\varphi_n^*\}$ należących do H , zbiór $\{\varphi_n, \varphi_n^*\}$ ma własność

$$\langle \varphi_n, \varphi_m^* \rangle = \delta_{nm} \quad (24)$$

gdzie

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ 1 & n = m \end{cases} \quad (25)$$

jest symbolem delta Kroneckera.

Twierdzenie 28 [3]

Jeżeli $\{\varphi_n\}$ jest bazą dla H , to określa ona jednoznacznie podzbiór $\{\varphi_n^*\}$ w H tak, że $\{\varphi_n, \varphi_n^*\}$ jest biortogonalnym systemem $c_n(f) = \langle f, \varphi_n \rangle$ i $\{\varphi_n^*\}$ jest także bazą w H .

Definicja 29 [3]

Kiedy $\{\varphi_n\}$ jest bazą w H , to biortogonalny system określony w twierdzeniu (28) wyznacza par baz w H , gdzie obie są do siebie dualne.

Niech H będzie ośrodkową przestrzenią Hilberta, której elementami są funkcje z dziedziny D . Załóżmy, że istnieje jądro k zdefiniowane na $D \times D$ spełniające dwa warunki:

- dla funkcji f określonych na zbiorze $X \in H$, $k(x, y)$ należy do H dla każdego $y \in D$;

- dla każdego $f \in H$

$$f(y) = \langle f, k(\cdot, y) \rangle, \quad y \in D \quad (26)$$

jest regułą reprodukującą.

Definicja 30 [3]

Jądro k spełniające dwa powyższe warunki nazywane jest jądrem reprodukującym. Przestrzeń Hilberta wyposażona w reprodukujące jądro jest nazywana

przestrzeni Hilberta z reprodukującym jądrem (RKHS)

Przestrzeń Hilberta z reprodukującym jądrem cechuje się następującymi właściwościami [3]:

1. Przestrzeń funkcji należących do przestrzeni Hilberta jest przestrzenią z reprodukującym jądrem wtedy i tylko wtedy jeżeli punktowe oszacowanie $Lf = f(y)$ jest ograniczonym liniowym funkcjonałem na H .
2. Określona przestrzeń Hilberta posiada najwyżej jedno jądro reprodukujące.
3. Jeżeli $\{\varphi_n\}$, $n \in X$ jest ortonormalną bazą dla przestrzeni Hilberta z reprodukującym jądrem to:

$$k(x, y) = \sum_{x \in X} \varphi_n(x) \overline{\varphi_n(y)} \quad (27)$$

a co za tym idzie:

$$k(x, y) = \overline{k(y, x)} \quad (28)$$

4. Jeżeli $\{\varphi_n\}$, $n \in X$ jest bazą dla przestrzeni Hilberta z reprodukującym jądrem i biortogonalną bazą $\{\varphi_n^*\}$, $n \in X$ to w sensie silnej zbieżności

$$k(x, y) = \sum_{x \in X} \varphi_n(x) \overline{\varphi_n^*(y)} \quad (29)$$

5. Zbieżność szeregu w przestrzeni Hilberta z reprodukującym jądrem implikuje zbieżność punktową w D do tej samej sumy, zbieżność jest jednostajna na każdym podziorze D , w którym $k(x, x)$ jest ograniczony.

Przestrzeń Hilberta z reprodukującym jądrem stanowi doskonałe narzędzie analizy sygnałów diagnostycznych poddanych próbkowaniu.

5. ZASTOSOWANIE TEORII JĄDER REPRODUKUJĄCYCH W PRÓBKOWANIU SYGNAŁÓW DIAGNOSTYCZNYCH

Niech H jest przestrzenią Hilberta z reprodukującym jądrem dla funkcji zdefiniowanych w dziedzinie D . Niech przestrzeń posiada reprodukujące jądro $k(x, y)$ i (λ_n) , $n \in X$ jest szeregiem punktów należących do D .

Definicja 31 [3]

Szereg funkcyjny $\{\varphi_n\}$, $n \in X$, należący do H ma własności próbkujące względem (λ_n) jeżeli

$$\varphi_n(\lambda_m) = \delta_{nm} \quad n, m \in X \quad (30)$$

gdzie

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ 1 & n = m \end{cases} \quad (31)$$

jest symbolem delta Kroneckera.

Lemat 32

Niech (λ_n) jest takim szeregiem punktów należących do D , że $\{k(*, \lambda_n)\}$ jest bazą dla przestrzeni Hilberta i niech $\{S^*\}$ będzie dualną bazą. To dla każdego $f \in H$ mamy regułę próbkowania:

$$f = \sum_{n \in X} f(\lambda_n) S_n^* \quad (32)$$

ze zbieżnością według normy.

Jeżeli w szczególności $\{k(*, \lambda_n)\}$ jest ortogonalną bazą dla H to

$$f = \sum_{x \in X} f(\lambda_n) \frac{k(*, \lambda_n)}{k(\lambda_n, \lambda_n)} \quad (33)$$

gdzie

$$k(\lambda_n, \lambda_n) = \|k(*, \lambda_n)\|^2 \quad (34)$$

Lemat 33 [3]

Niech $\{\varphi_n\}$ jest bazą w H taką, że:

Albo mamy:

$$f = \sum_{i=1}^n f(\lambda_n) \varphi_n^* \quad i \quad f \in H \quad (35)$$

albo:

zbiór $\{\varphi_n\}$ ma własności próbkujące w $\{\lambda_n\}$ (sekwencja punktów należących do D)

to:

$$\varphi_n = k(*, \lambda_n) \quad (36)$$

Na podstawie podanych definicji i lematów rozważmy rekonstrukcję sygnałów diagnostycznych zdefiniowanych w dziedzinie o skończonej mierze Lebesgue'a na podstawie próbek w skończonej liczbie punktów. Jest to zadanie podobne do problemu interpolacji sygnału w skończonej liczbie punktów.

Funkcje te są reprezentowane przez skończone szeregi próbkujące będące w ogólnym sensie wielomianami. Szeregi te są ograniczone do ortogonalnych zbiorów. Sygnały diagnostyczne podlegające próbkowaniu są analogowe i wąskopasmowe.

Natychmiast można rozpoznać przypadek trygonometrycznych wielomianów charakteryzujących skończoną ilość częstotliwościowych składników. Wielomiany te są najprostrzymi funkcjami interesującymi w teorii próbkowania. Aproksymują one sygnały należące do wielu klas.

Niech $\{\varphi_n\}$ jest ortonormalną bazą dla $L^2(E)$, gdzie $E \in H$. To rozważana klasa sygnałów określona na E jest w skończenie wymiarowej przestrzeni H dla wszystkich wielomianów dana w postaci:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(t) \quad (37)$$

$$\{c_i\} \in C$$

Jeżeli g jest inną funkcją tego typu o współczynnikach $\{c_n\} \in C$ to:

$$\langle f, g \rangle = \sum_{i=1}^n c_i \bar{c}_i \quad (38)$$

W związku z tym możemy zapisać:

$$k_n(t, \lambda) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(t) \overline{\varphi_i(\lambda)} \quad (39)$$

$$f(\lambda) = \sum_{i=1}^n c_n \varphi_n(\lambda) = \langle f, k_n(\cdot, \lambda) \rangle \quad (40)$$

Dla zbioru punktów $\{\lambda_n\}$ takich, że $\{k_n(t, \lambda_i)\}$ jest ortogonalnym zbiorem w H zachodzi:

$$\langle k_n(\cdot, \lambda_i), k_n(\cdot, \lambda_j) \rangle = k_n(\lambda_i, \lambda_j) \delta_{ij} \quad (41)$$

i

$$\left\{ \frac{k_n(t, \lambda_i)}{\sqrt{k_n(\lambda_i, \lambda_i)}} \right\} \quad (42)$$

jest ortomormalną bazą w H .

Zależność określająca sygnał jako sumę próbek wynosi [3]:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n f(\lambda_i) \frac{k_n(t, \lambda_i)}{k_n(\lambda_i, \lambda_i)} \quad (43)$$

Teraz uwzględniając teorię jąder reprodukcujących można sformułować twierdzenie Shanona w postaci:

Twierdzenie 34 Shanona

Niech g będzie sygnałem o ograniczonej częstotliwości, nie większej niż W

$$\text{sup } p(\bar{G}) \subset [-W, W] \quad (44)$$

oraz o skończonej energii

$$\bar{G} \in L^2(R) \quad (45)$$

To dla każdego $T_s > 0$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |g(nT_s)|^2 < +\infty \quad (46)$$

i dla każdego

$$T_s \leq \frac{1}{2W} \quad (47)$$

zachodzi

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(nT_s) k_n(t, nT_s) \quad (48)$$

gdzie:

$$k_n(t, nT_s) = \frac{\sin \frac{\Pi}{T_s}(t - nT_s)}{\frac{\Pi}{T_s}(t - nT_s)} \quad (49)$$

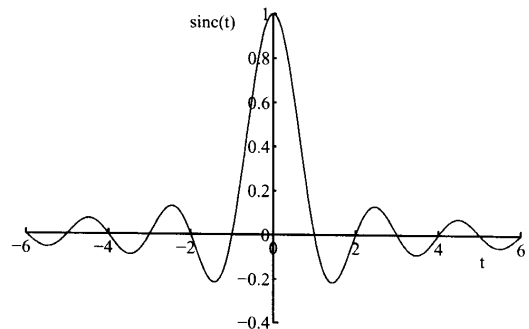
jest jądrem reprodukcującym Shanona.

Jeżeli ponadto

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |g(nT_s)| < +\infty \quad (50)$$

to szereg (48) jest zbieżny jednostajnie w R , dla każdego $t \in R$

Można powiedzieć, iż twierdzenie to określa przestrzeń Hilberta z reprodukcującym jądrem Shanona danym zależnością (49). Przykładowy przebieg funkcji jądra Shanona pokazano na rys. 3.



Rys. 3. Przebieg zmienności jądra reprodukcyjnego Shanona $\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\Pi t)}{\Pi t}$

PODSUMOWANIE

W pracy sformułowano teorię jąder reprodukcujących w przestrzeni Hilberta w zastosowaniu do próbkowania sygnałów diagnostycznych.

Analizę jąder reprodukcujących rozpatrzono głównie dla sygnałów diagnostycznych spełniających założenia twierdzenia Shanona o wąskopasmowości. W dostępnej inżynierskiej literaturze przedmiotu twierdzenie Shanona podawane jest bez dowodu. W literaturze matematycznej [2] podany jest szkic dowodu tego twierdzenia.

Teoria jąder reprodukcujących została podana w rozdziale (4) i (5). W literaturze przedmiotu teoria ta jest wykorzystywana w analizie harmoniczej. W rozdziale (5) podano zastosowanie teorii jąder reprodukcujących w próbkowaniu sygnałów oraz sformułowano twierdzenie Shanona wykorzystując tę teorię.

Bibliografia

- [1] N. Aronszajin, *Theory of reproducing kernels*, Transactions of the American Mathematical Society 68, pp 337-404.
- [2] C Gasquet, P Witomski, *Fourier Analysis and Applications: Filtering, Numerical Computation, Wavelets*. Springer, New York 1998.
- [3] J. R Higgins, *Sampling Theory in Fourier and Signal Analysis - Foundations*. Clarendon Press, Oxford 1996.
- [4] A Jakubowski, *Repetitorium z przedmiotu „Miara i prawdopodobieństwo”*, UMK Toruń 2001.
- [5] A Kufner, J Kadlec, *Fourier Series*, Academia Prague 1971.

- [6] E. H. Lieb, M. Loss, *Analysis, Graduate Studies in Mathematics*, American Mathematical Society, 1998.
- [7] L. Schwartz, *Sous espaces hilbertiens d'espaces vectoriels topologiques et noyaux associés*, Journal d'Analyse Mathématique, pp. 115-256, 1964.
- [8] E. M. Stein, G. Weiss, *Fourier Analysis on Euclidean Spaces*. Princeton University Press 1971.



Dr inż. **Zenon SYROKA**

jest adiunktem w Katedrze Elektrotechniki i Energetyki UWM w Olsztynie. Ukończył Wydział Elektroniki WAT w Warszawie i Wydział Matematyki i Informatyki UMK w Toruniu. Jego zainteresowania naukowe to:

radiokomunikacja; systemy telekomunikacyjne; analiza, przetwarzanie sygnałów, obrazów i drgań; zastosowania matematyki i informatyki w naukach technicznych; sterowanie maszyn; układy elektroniczne analogowe i cyfrowe; programowane układy elektroniczne; programowanie C, PASCAL, MATLAB, VHDL. Jest autorem licznych publikacji związanych z powyższą tematyką.

**PRÓBKOWANIE SYGNAŁÓW DIAGNOSTYCZNYCH
CZĘŚĆ II
PRÓBKOWANIE W PRZESTRZENI HILBERTA Z BAZAMI
HARMONICZNYMI ZA POMOCĄ NIEKLASYCZNYCH JĄDER**

Zenon SYROKA

Uniwersytet Warmiński – Mazurski, Wydział Nauk Technicznych
Ul. Oczapowskiego 11, 10 –717 Olsztyn, e-mail: syrokaz@onet.eu

Streszczenie

W pracy dokonano analizy próbkowania sygnałów diagnostycznych przy wykorzystaniu jądra Dirichleta, Fejere'a, de la Vallee Poussina. i Poissona. Pokazano pełne matematyczne wyprowadzenie tych jąder; pierwsze trzy jądra są ze sobą powiązane. Podano zależności między nimi oraz ich przebiegi graficzne.

Słowa kluczowe: próbkowanie sygnałów, przestrzeń Hilberta, bazy harmoniczne, nieklasyczne jądra reprodukujące.

SAMPLING THE DIAGNOSTIC SIGNALS
PART II
SAMPLING IN THE HILBERT SPACE WITH HARMONIC BASIS USING NON CLASICAL
KERNEL

Summary

In this article the analysis of the sampling diagnostic signals using Dirichlet's, Fejer's, Poisson's and de la Vallee Poussin's kernels was made. The full derivation of those kernels have given; first three off them one connected. Dependences between them and their graphical representation have also given in this article.

Keywords: sampling signals, Hilbert space, harmonic basis, reproducing kernel.

1. WPROWADZENIE

Historycznie rzecz biorąc w praktyce stosowano nośne harmoniczne, z tego też powodu interesujące są w teorii próbkowania sygnałów diagnostycznych osiągnięcia z dziedziny analizy harmonicznej. W pracy przeanalizowano sposób próbkowania sygnałów diagnostycznych z wykorzystaniem baz funkcji harmonicznych.

Praca jest niezależną częścią, jednocześnie stanowi kontynuację pracy „Próbkowanie sygnałów diagnostycznych. Część I. Próbkowanie w przestrzeni Hilberta z reprodukującym jądrem Shanona”.

**2. PRZESTRZEŃ HILBERTA
Z REPRODUKUJĄCYM JĄDREM
DIRICHLETA**

Najczęściej wykorzystywaną bazą ortonormalną zupełną jest zbiór funkcji harmonicznych rzeczywistych lub zespolonych. Uwarunkowane jest to praktyką inżynierską. Urządzenia konstruowane do tej pory wykorzystywały w procesie formowania diagnostycznych sygnałów nadawczych i analizy diagnostycznych sygnałów odbiorczych sygnały harmoniczne. Sygnały takie są aktualnie łatwe do

wygenerowania. Systemy wykorzystujące nośne nieharmoniczne istnieją, ale są rzadkością. Typowym przykładem impulsowych nośnych jest specjalistyczna diagnostyka dla celów militarnych. Częstotliwościowa analiza sygnałów diagnostycznych polega na rozkładzie sygnału na składowe harmoniczne. Z tych powodów ważnym staje się w pierwszej kolejności analizować jądra związane z wielomianami trygonometrycznymi.

Zbiór funkcji ortonormalny zupełny w H (funkcje harmoniczne zespolone) można zapisać w postaci:

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(jit) \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \right\} \quad (1)$$

Jądro związane z tą bazą zgodnie z [2] wynosi:

$$k(x, y) = \sum_{x \in X} \varphi_n(x) \overline{\varphi_n(y)} \quad (2)$$

W związku z tym uwzględniając w (2) zależność (1) mamy:

$$\begin{aligned} k(t, \lambda) &= \sum_{i=-n}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(ijt) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-ij\lambda) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=-n}^n \exp[ij(t - \lambda)] = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=-n}^n \exp(ijs) \end{aligned} \quad (3)$$

Jest to suma częściowa szeregu geometrycznego, dla którego

$$q = \exp(is) \quad (4)$$

Do obliczenia sumy (3) wykorzystuję wzór na sumę $2n+1$ wyrazów szeregu geometrycznego:

$$S_n(s) = a_{-n} \frac{1 - q^{2n+1}}{1 - q} \quad (5)$$

Podstawiając do (5) wartość a_{-n} oraz q otrzymamy:

$$\begin{aligned} S_n(s) &= e^{-jns} \frac{1 - e^{j(2n+1)s}}{1 - e^{js}} = \frac{e^{-jns} \left(1 - e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} \right)}{1 - e^{j\frac{1}{2}s} e^{j\frac{1}{2}s}} = \\ &= \frac{e^{-jns} \left(e^{-j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} - e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} e^{-j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} \right)}{e^{-j\frac{1}{2}s} e^{j\frac{1}{2}s} - e^{j\frac{1}{2}s} e^{-j\frac{1}{2}s}} = \\ &= \frac{e^{-jns} e^{jss} e^{j\frac{1}{2}s} \left(e^{-j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} - e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} \right)}{e^{j\frac{1}{2}s} \left(e^{-j\frac{1}{2}s} - e^{j\frac{1}{2}s} \right)} = \frac{\left(e^{-j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} - e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} \right)}{\left(e^{-j\frac{1}{2}s} - e^{j\frac{1}{2}s} \right)} \quad (6) \end{aligned}$$

Mnożąc licznik i mianownik przez $\frac{-1}{2i}$, w celu zastosowania wzoru Eulera:

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

zależność (6) będzie można zapisać

$$\begin{aligned} \frac{\left(e^{-j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} - e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} \right)}{\left(e^{-j\frac{1}{2}s} - e^{j\frac{1}{2}s} \right)} &= \frac{\left(\frac{e^{-j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} - e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s}}{-2j} \right)}{\left(\frac{e^{-j\frac{1}{2}s} - e^{j\frac{1}{2}s}}{-2j} \right)} = \frac{\left(e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} - e^{-j\left(n+\frac{1}{2}\right)s} \right) \frac{1}{2j}}{\left(e^{j\frac{1}{2}s} - e^{-j\frac{1}{2}s} \right) \frac{1}{2j}} = \\ &= \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)s}{\sin\left(\frac{1}{2}\right)s} \quad (7) \end{aligned}$$

Uwzględniając powyższy rezultat w (3) otrzymano wzór określający **jądro Dirichleta**:

$$k(t, \lambda) = D_n(s) = \frac{1}{2\Pi} \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)s}{\sin\left(\frac{1}{2}\right)s} \quad (8)$$

Zależność (8) została przedstawiona w funkcji s [3] na rys. 1.

Drugim ważnym układem [1], [5], [6] do rozważenia jest podstawowy układ trygonometryczny

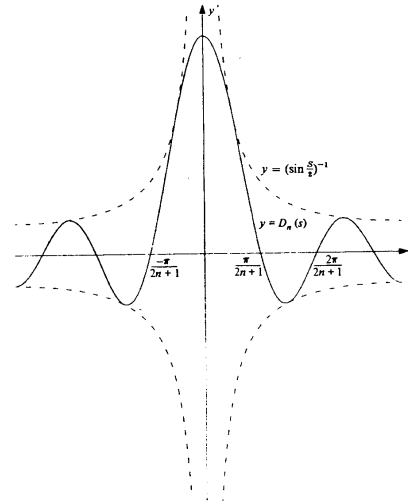
$$\{1, \cos(jt), \sin(jt) \quad j = 1..n\} \quad (9)$$

dla powyższego układu mamy:

$$\|1\| = \sqrt{\int_{-\Pi}^{\Pi} 1 dt} = \sqrt{2\Pi} \quad (10)$$

$$\|\cos jt\| = \sqrt{\int_{-\Pi}^{\Pi} \cos^2 jt} = \sqrt{\Pi} \quad (11)$$

$$\|\sin jt\| = \sqrt{\int_{-\Pi}^{\Pi} \sin^2 jt} = \sqrt{\Pi} \quad (12)$$



Rys. 1. Jądro Dirichleta jako funkcja parametru s

W związku z tym układ trygonometryczny:

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{2\Pi}}, \frac{1}{\sqrt{\Pi}} \cos jt, \frac{1}{\sqrt{\Pi}} \sin jt \quad j = 1..n \right\} \quad (13)$$

jest zbiorem ortonormalnym zupełnym w przestrzeni H . Każdy sygnał diagnostyczny $s(t)$ należący do przestrzeni H o takiej bazie można aproksymować szeregiem Fouriera:

$$S_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^n (a_j \cos jx + b_j \sin jx) \quad (14)$$

gdzie

$$a_j = \int_{-\Pi}^{\Pi} s(x) \cos jx dx \quad (15)$$

$$b_j = \int_{-\Pi}^{\Pi} s(x) \sin jx dx \quad (16)$$

są współczynnikami Fouriera.

Uwzględniając w (14) zależności (15) i (16) otrzymamy:

$$\begin{aligned} s_n(x) &= \frac{1}{2\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) dt + \sum_{j=1}^n \left(\int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \cos(jt) dt \cos(jx) + \right. \\ &\quad \left. \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \sin(jt) dt \sin(jx) \right) = \\ &= \frac{1}{\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \left(\frac{1}{2} + \sum_{j=1}^n (\cos(jt) \cos(jx) + \sin(jt) \sin(jx)) \right) dt = \\ &= \frac{1}{\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \left(\frac{1}{2} + \sum_{j=1}^n \cos j(t-x) \right) dt \quad (17) \end{aligned}$$

W celu rozwiązania powyższej całki rozwiązane zostanie pomocnicze równanie w postaci:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n e^{ijs} &= \sum_{j=1}^n (\cos js + i \sin js) = e^{is} \frac{1 - e^{ins}}{1 - e^{is}} = \\ &= e^{is} \frac{1 - e^{ins}}{e^{-\frac{i}{2}s} e^{\frac{i}{2}s} - e^{\frac{i}{2}s} e^{-\frac{i}{2}s}} = \\ &= \frac{e^{is} (1 - e^{ins})}{e^{\frac{i}{2}s} e^{\frac{i}{2}s} - e^{-\frac{i}{2}s} e^{-\frac{i}{2}s}} = \frac{e^{\frac{i}{2}s} - e^{j\left(n+\frac{1}{2}\right)s}}{-e^{\frac{i}{2}s} + e^{-\frac{i}{2}s}} \quad (18) \end{aligned}$$

Następnie wyrażenia w liczniku i mianowniku zostaną zapisane przy pomocy funkcji sin i cos.

$$\begin{aligned} e^{\frac{i}{2}s} - e^{i\left(n+\frac{1}{2}\right)s} &= \cos\left(\frac{1}{2}s\right) + i \sin\left(\frac{1}{2}s\right) - \cos\left(n+\frac{1}{2}\right)s - i \sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s = \\ &= \cos\left(\frac{1}{2}s\right) - \cos\left(n-\frac{1}{2}\right)s + i \left[\sin\left(\frac{1}{2}s\right) - \sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s \right] \quad (19) \\ -e^{-\frac{i}{2}s} + e^{-i\left(n+\frac{1}{2}\right)s} &= -\cos\left(\frac{1}{2}s\right) - i \sin\left(\frac{1}{2}s\right) + \cos\left(n+\frac{1}{2}\right)s + i \sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s = \\ &= -\cos\left(\frac{1}{2}s\right) - i \sin\left(\frac{1}{2}s\right) + \cos\left(\frac{1}{2}s\right) - i \sin\left(\frac{1}{2}s\right) = -2i \sin\left(\frac{1}{2}s\right) \quad (20) \end{aligned}$$

Uwzględniając (19) i (20) w (18) otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{\cos\left(\frac{1}{2}s\right) - \cos\left(n-\frac{1}{2}\right)s + i \left[\sin\left(\frac{1}{2}s\right) - \sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s \right]}{-2i \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} &+ \frac{-\cos\left(\frac{1}{2}s\right) - \cos\left(n+\frac{1}{2}\right)s + i \left[\sin\left(\frac{1}{2}s\right) - \sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s \right]}{-2i \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} = \\ &= \frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s - \sin\left(\frac{1}{2}s\right)}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} + i \frac{\cos\left(\frac{1}{2}s\right) - \cos\left(n-\frac{1}{2}\right)s}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (21) \end{aligned}$$

Z zależności (21) wynika :

$$\frac{1}{2} + \sum_{j=1}^n \cos js = \frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s - \sin\left(\frac{1}{2}s\right)}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^n \sin js = \frac{\cos\left(\frac{1}{2}s\right) - \cos\left(n+\frac{1}{2}\right)s}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (23)$$

Uwzględniając (22) w (17) otrzymamy:

$$\begin{aligned} s_n(x) &= \frac{1}{\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \left(\frac{1}{2} + \sum_{j=1}^n \cos j(t-x) \right) dt = \\ &= \frac{1}{\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} = \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) D_n(s) dt \quad (24) \end{aligned}$$

Powyższe wyrażenie jest nazywane wzorem całkowym dla sumy częściowej szeregu Fouriera. W tym momencie możemy wyznaczyć jądro Dirichleta dla bazy danej (13).

$$\begin{aligned} D_n(s) &= \frac{1}{2\Pi} + \sum_{j=1}^n \frac{\cos jx \cos jt + \sin jx \cos jt}{\Pi} = \quad (25) \\ &= \frac{1}{2\Pi} + \frac{1}{\Pi} \sum_{j=1}^n \cos j(t-x) \end{aligned}$$

Wykorzystując w (25) tożsamość (22) otrzymamy

$$D_n(s) = \frac{1}{2\Pi} \frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (26)$$

Jest to zależność określająca jądro Dirichleta dla ortonormalnej bazy danej zależnością (13).

Na podstawie zależności (23) otrzymamy:

$$\overline{D}_n(s) = \frac{1}{2\Pi} \frac{\cos\left(\frac{1}{2}s\right) - \cos\left(n+\frac{1}{2}\right)s}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (27)$$

wyrażenie nazywane **jądrem sprzężonym Dirichleta**.

Zostanie teraz wyznaczona wartość wyrażenia (24) w przypadku gdy n dąży do nieskończoności, obliczamy granicę:

$$s_{\infty}(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n(x) \quad (28)$$

Biorąc pod uwagę zależność (26) otrzymamy:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) D_n(s) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} dt \quad (29)$$

Jądro Dirichleta zostanie zapisane w następującej postaci:

$$\begin{aligned} D_n(s) &= \frac{1}{2\Pi} \frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)s}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} = \frac{1}{\Pi} \left[\frac{\sin(ns) \cos\left(\frac{1}{2}s\right) + \cos(ns) \sin\left(\frac{1}{2}s\right)}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \right] = \\ &= \frac{1}{\Pi} \left[\frac{\sin(ns)}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}s\right)} + \frac{1}{2} \cos(ns) \right] \quad (30) \end{aligned}$$

Wprowadzamy funkcję pomocniczą:

$$g(s) = \frac{1}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}s\right)} - \frac{1}{s} \quad (31)$$

Funkcja ta spełnia warunek:

$$\lim_{s \rightarrow 0} g(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}s\right)} - \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \quad (32)$$

Wykorzystując regułę de L'Hospitala, zależność (32) ma postać:

$$\lim_{s \rightarrow 0} g(s) = 0 \quad (33)$$

Jądro Dirichleta zapisane przy wykorzystaniu funkcji $g(s)$ wynosi:

$$D_n(s) = \frac{1}{\Pi} \left[\frac{\sin(ns)}{2\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}s}\right)} + \frac{1}{2} \cos(ns) \right] = \frac{1}{\Pi} \left[\sin(ns) \left(g(s) + \frac{1}{s} \right) + \frac{1}{2} \cos(ns) \right] =$$

$$= \frac{\sin(ns)}{s} + g(s) \sin(ns) + \frac{1}{2} \cos(ns) \quad (34)$$

Podstawiając do (35) zależność (34) otrzymamy:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \frac{\sin\left(\frac{n+1}{2}s\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} dt = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \frac{\sin(ns)}{s} dt + \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) g(s) \sin(ns) dt +$$

$$+ \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\Pi} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \frac{1}{2} \cos(ns) dt \quad (35)$$

Do obliczenia granicy wykorzystujemy następujące twierdzenie [5]:

Twierdzenie 1

Jeżeli $s(t)$ jest sumą ciągu funkcji, a $g(t)$ jest funkcją ograniczoną i obie mają okres 2Π to całki

$$\int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) g(t) \cos(nt) dt$$

$$\int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) g(t) \sin(nt) dt \quad (36)$$

dążą do zera gdy n dąży do nieskończoności.

W związku z tym otrzymamy:

$$s_{\infty}(x) = \frac{1}{2} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \frac{\sin(ns)}{s} dt = \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \bar{D}_{\infty}(s) dt \quad (37)$$

Zależność

$$\bar{D}_{\infty}(s) = \frac{\sin(ns)}{s} \quad (38)$$

nazywana jest **jądrem Dirichleta zdegenerowanym, uproszczonym lub granicznym**, [4], [5].

3. PRZESTRZEŃ HILBERTA Z REPRODUKUJĄCYM JĄDREM FEJERA

Zostanie rozważony układ trygonometryczny:

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{2\Pi}}, \frac{1}{\sqrt{\Pi}} \cos jt, \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \sin jt \quad j = 1..n \right\} \quad (39)$$

Jest to zbiór ortonormalnym zupełnym w przestrzeni H. Każdy sygnał $s(t)$ należący do przestrzeni H o takiej bazie można aproksymować szeregiem Fouriera:

$$s_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^n (a_j \cos jx + b_j \sin jx) \quad (40)$$

Jeżeli z góry wiadomo, że szereg (40) jest zbieżny do funkcji $s(x)$, to $s(x)$ otrzymamy jako granicę sum częściowych tego szeregu.

Inaczej wygląda sprawa w przypadku gdy nie da się stwierdzić zbieżności szeregu lub gdy szereg jest rozbieżny. W takim przypadku albo nie wiemy czy istnieje granica sum częściowych, albo wiemy, że suma nie istnieje.

Trzeba więc znaleźć operację za pomocą, której można będzie znaleźć funkcję znając jej szereg Fouriera niezależnie od tego, czy jest on zbieżny czy nie.

Zostanie rozpatrzony szereg:

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n \dots \quad (41)$$

Niech:

$$S_n = u_0 + \dots + u_n \quad (42)$$

$$\sigma_n = \frac{S_0 + S_1 + \dots + S_n}{n+1} \quad (43)$$

Jeżeli istnieje [6]:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_n = \sigma \quad (44)$$

to szereg (41) jest sumowalny sposobem średnich arytmetycznych do wartości σ .

W celu wyprowadzenia jądra Fejera wykorzystano twierdzenia 2, udowodnione w [6] oraz [5].

Twierdzenie 2 [6]

Jeżeli szereg $u_0 + u_1 + \dots + u_n \dots$ jest zbieżny i jego suma jest równa σ , to szereg ten jest sumowalny sposobem średnich arytmetycznych do tej samej sumy o wartości σ .

W związku z powyższym zależność (43) wynosi:

$$\sigma_n(s) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n s_k(s) \quad (45)$$

Biorąc pod uwagę zależność (24) wyrażenie (45) przybierze postać:

$$\sigma_n(x) = \frac{1}{n+1} \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) \sum_{k=0}^n D_k(t-x) dt = \int_{-\Pi}^{\Pi} s(t) K_n(t-x) dt \quad (46)$$

gdzie wyrażenie:

$$K_n(s) = \frac{1}{1+n} \sum_{k=0}^n D_k(s) \quad (47)$$

nazywane jest **jądrem Fejera**.

Jądro Fejera dla sygnałów diagnostycznych określonych przez układ (39) obliczono uwzględniając w (47) zależność określającą jądro Dirichleta (8):

$$K_n(s) = \frac{1}{1+n} \sum_{k=0}^n \frac{1}{2\Pi} \frac{\sin\left(k + \frac{1}{2}\right)s}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} =$$

$$\frac{1}{1+n} \sum_{k=0}^n \frac{1}{2\Pi} \frac{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right) \sin\left(k + \frac{1}{2}\right)s}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right) \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (48)$$

W liczniku wykorzystano tożsamość:

$$2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) \quad (49)$$

i zależność (48) przybierze postaci:

$$K_n(s) = \frac{1}{1+n} \sum_{k=0}^n \frac{1}{2\Pi} \frac{\cos ks - \cos(k+1)s}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right) \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (50)$$

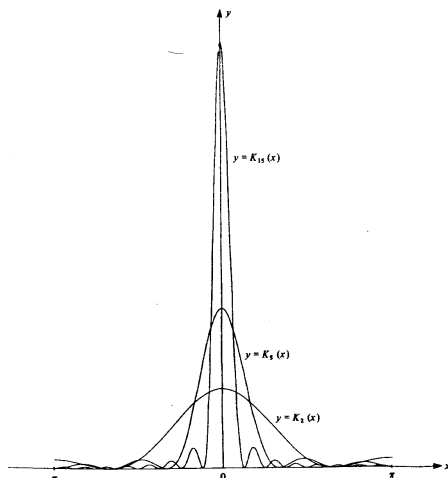
Suma cosinusów posiada postać:

$$1 - \cos s + \cos s - \cos 2s + \cos 2s - \cos 3s + \dots - \cos ns + \cos ns - \cos(n+1)s = 1 - \cos(n+1)s \quad (51)$$

Uwzględniając (51) w (50) otrzymamy:

$$K_n(s) = \frac{1}{n+1} \frac{1}{2\pi} \frac{1 - \cos(n+1)s}{\left[\sin\left(\frac{1}{2}s\right)\right]^2} = \frac{1}{n+1} \frac{1}{2\pi} \frac{2 \left[\sin\left(\frac{n+1}{2}s\right)\right]^2}{\left[\sin\left(\frac{1}{2}s\right)\right]^2} = \frac{1}{n+1} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sin\left(\frac{n+1}{2}s\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \right]^2 \quad (52)$$

Powyższa zależność określa **jądro Fejera**. Przykładowy przebieg jądra Fejera pokazano na rys. 2 [3].



Rys. 2. Jądro Fejera dla trzech wartości $n = 3, 5, 15$

Uwzględniając (52) w (46) suma szeregu ma postać:

$$\sigma_n(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1+n} \int_{-\pi}^{\pi} s(t) \left[\frac{\sin(n+1)\frac{s}{2}}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \right]^2 dt \quad (53)$$

Powyższa zależność będzie wykorzystywana do analizy jądra de la Vallee Poussina.

4. PRZESTRZEŃ HILBERTA Z REPRODUKUJĄCYM JĄDREM POISSONA

Podstawą do analizy jąder Poissona jest twierdzenie dotyczące sumowania szeregów Fouriera metodą Abela [5]:

Twierdzenie 3

Szereg $\sum_{j=0}^{\infty} u_j$ jest sumowalny metodą Abela,

jeżeli szereg $\sum_{j=0}^{\infty} r^j u_j$ dla $0 \leq r < 1$ jest zbieżny

i istnieje granica:

$$\lim_{r \rightarrow 1} \sum_{j=0}^{\infty} r^j u_j = s_n \quad (54)$$

równa sumie ciągu.

Rozpatrzmy przestrzeń Hilberta z bazą określoną zależnością (1). Zostanie obliczona suma szeregu

$$P_r \left(\frac{1}{2\pi} e^{it} \right) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} r^{|j|} e^{ijt} \quad (55)$$

Powyższa suma zostanie rozpisana przy pomocy dwóch składników, w związku z tym, iż wartość dla zera liczona jest podwójnie jest ona jeden raz odjęta.

$$P_r \left(\frac{1}{2\pi} e^{it} \right) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} r^{|j|} e^{ijt} = \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{j=0}^{+\infty} (re^{it})^j + \sum_{j=0}^{+\infty} (re^{-it})^j - 1 \right] = \quad (56)$$

Wykorzystując zależności dotyczące sumy szeregu geometrycznego o nieskończeniu wielu wyrazach

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a_1}{1-q} \quad (57)$$

Zależność (56) przybierze postać (pominięto czynnik $\frac{1}{2\pi}$):

$$\left[\frac{1}{1-re^{it}} + \frac{1}{1-re^{-it}} - 1 \right] = \frac{1-re^{-it} + 1-re^{it}}{(1-re^{it})(1-re^{-it})} - 1 = \frac{2-r(e^{it} + e^{-it})}{1-re^{-it}-re^{it}+r^2 e^{it}e^{-it}} - 1 =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2-2r \left(\frac{e^{it} + e^{-it}}{2} \right)}{1-r(e^{it} + e^{-it}) + r^2} - 1 = \frac{2-2r \cos t}{1-2r \left(\frac{e^{it} + e^{-it}}{2} \right) + r^2} - 1 = \frac{2-2r \cos t}{1-2r \cos t + r^2} - 1 = \\ &= \frac{2-2r \cos t}{1-2r \cos t + r^2} - \frac{1-2r \cos t + r^2}{1-2r \cos t + r^2} = \frac{1-r^2}{1-2r \cos t + r^2} \end{aligned} \quad (58)$$

Zależność końcowa (58) nazywana jest **jądrem Poissona**. Suma szeregu (55) wyniesie:

$$P(r, t) = P_r \left(\frac{1}{2\pi} e^{it} \right) = \frac{1}{2\pi} \frac{1-r^2}{1-2r \cos t + r^2} \quad (59)$$

Na rys. 3 pokazano porównanie przebiegu trzech jąder, Dirichleta, Fejera, Poissona [4] (nie uwzględniono czynnika $1/\pi$).

Dla przestrzeni z bazą daną zależnością (13) suma szeregu na postać:

$$P_r \left(\frac{1}{\pi} e^{it} \right) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \sum_{j=1}^{+\infty} r^j e^{ijt} \right] \quad (60)$$

Czynnik $\frac{1}{\Pi}$ zostanie pominięty,

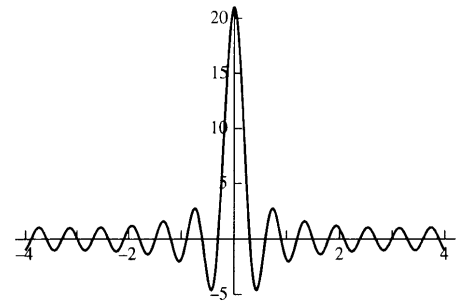
uwzględniony zostanie dopiero w ostatecznym wyniku. Do obliczenia sumy wykorzystano zależność (57):

$$\begin{aligned}
 P_r(e^{it}) &= \frac{1}{2} + \sum_{j=1}^{+\infty} r^j e^{ijt} = \frac{1}{2} + \frac{re^{it}}{1-re^{it}} = \frac{1+re^{it}}{2(1+re^{it})} = \\
 &= \frac{1+re^{it}}{2(1+re^{it})} \frac{1-re^{-it}}{1-re^{-it}} = \\
 &= \frac{1-re^{-it}+re^{it}-r^2e^{it}e^{-it}}{2(1-re^{-it}-re^{it}+r^2e^{-it}e^{it})} = \\
 &= \frac{1+r(e^{it}-e^{-it})-r^2}{2[1-r(e^{it}+e^{-it})+r^2]} = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{1-r^2}{1-2r\left(\frac{e^{it}+e^{-it}}{2}\right)+r^2} + \frac{1}{2} \frac{r(e^{it}+e^{-it})}{1-2r\left(\frac{e^{it}+e^{-it}}{2}\right)+r^2} = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{1-r^2}{1-2\cos t+r^2} + \frac{ri \frac{e^{it}+e^{-it}}{2i}}{1-2\cos t+r^2} = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{1-r^2}{1-2\cos t+r^2} + i \frac{r \sin t}{1-2\cos t+r^2}
 \end{aligned} \tag{61}$$

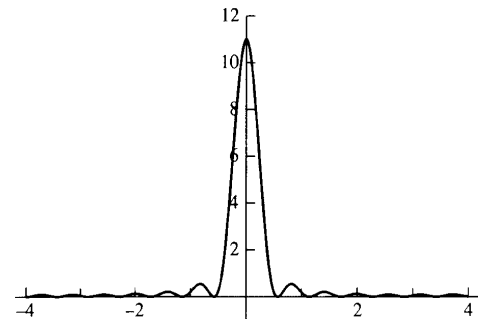
W związku powyższym suma szeregu (60) wyniesie:

$$\begin{aligned}
 P_r\left(\frac{1}{\Pi} e^{it}\right) &= \frac{1}{\Pi} \left[\frac{1}{2} + \sum_{j=1}^{+\infty} r^j e^{ijt} \right] = \\
 &= \frac{1}{2\Pi} \frac{1-r}{1-2\cos t+r^2} + i \frac{1}{\Pi} \frac{r \sin t}{1-2\cos t+r^2} = \\
 &= P(r,t) + iQ(r,t)
 \end{aligned} \tag{62}$$

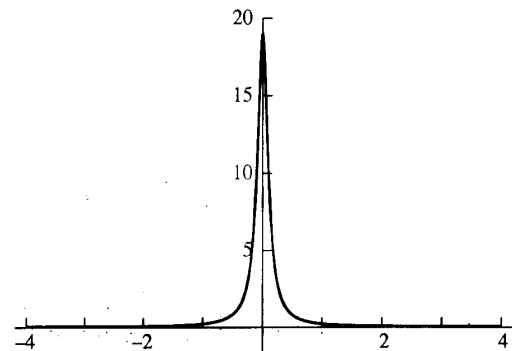
Wartość $P(r,t)$ nazywamy **jądrem Poissona** a wartość $Q(r,t)$ **sprzężonym jądrem Poissona**.



Jądro Dirichleta n = 10



Jądro Fejera n=10



Jądro Poissona r = 9

Rys. 3. Porównanie jąder Dirichleta, Fejera i Poissona

5. PRZESTRZEŃ HILBERTA Z REPRODUKUJĄCYM JĄDREM DE LA VALLEE POUSSINA

Rozpatrzmy szereg:

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n \tag{63}$$

i oznaczmy odpowiednio sumy

$$s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n \text{ (jądro Dirichleta)} \tag{64}$$

$$\sigma_n = \frac{s_0 + s_1 + \dots + s_n}{n+1} \text{ (jądro Fejera)} \tag{65}$$

$$v_n = \frac{s_n + s_{n+1} + \dots + s_{2n-1}}{n} \text{ (jądro de la Vallee
Poussina)} [7] \tag{66}$$

Suma v_n zostanie obliczona uwzględniając w (66) zależność (24):

$$v_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=n}^{2n-1} \int_{-\pi}^{\pi} s(t) D_j(s) dt = \int_{-\pi}^{\pi} s(t) dt \frac{1}{n} \sum_{j=n}^{2n-1} D_j(s) = \int_{-\pi}^{\pi} s(t) V_n(s) dt \quad (67)$$

Gdzie wielkość

$$V_n(s) = \frac{1}{n} \sum_{j=n}^{2n-1} D_j(s) \quad (68)$$

nazywana jest **jądrem de la Vallee Poussina**.

Jądro de la Vallee Poussina obliczono wykorzystując zależność (26) określającą jądro Dirichleta:

$$V_n(s) = \frac{1}{n} \sum_{j=n}^{2n-1} D_j(s) = \frac{1}{n} \frac{1}{2\pi} \sum_{j=n}^{2n-1} \frac{\sin\left(j + \frac{1}{2}\right)s}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} = \quad (69)$$

$$= \frac{1}{n} \frac{1}{2\pi} \sum_{j=n}^{2n-1} \frac{\sin\left(\frac{1}{2}s\right) \sin\left(j + \frac{1}{2}\right)s}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right) \sin\left(\frac{1}{2}s\right)}$$

W liczniku wykorzystano tożsamość (49):

$$V_n(s) = \frac{1}{n} \frac{1}{2\pi} \sum_{j=n}^{2n-1} \frac{\cos(js) - \cos(j+1)s}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right) \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (70)$$

Suma cosinusów przybiera postać:

$$\cos(ns) - \cos(n+1)s + \cos(n+1)s - \dots + \cos(2n-2)s - \cos(2n-1)s + \cos(2n-1)s - \dots - \cos(2ns) = \cos(ns) - \cos(2ns) \quad (71)$$

Uwzględniając (71) w (70) **jądro de la Vallee Poussina wynosi:**

$$V_n(s) = \frac{1}{n} \frac{1}{2\pi} \frac{\cos(ns) - \cos(2ns)}{2 \sin\left(\frac{1}{2}s\right) \sin\left(\frac{1}{2}s\right)} = \frac{1}{2\pi n} \frac{\cos(ns) - \cos(2ns)}{2 \sin^2\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (72)$$

Jądro de la Vallee Poussina jest powiązane a jądrem Fejera. W tym celu sumę:

$$\sigma_{2n-1}(x) = \frac{s_0 + \dots + s_n + \dots + s_{2n-1}}{2n} \quad (73)$$

rozpiszemy w postaci różnicy dwóch sum w taki sposób aby ich różnica określona była zależnością (66):

$$2 \left(\frac{s_0 + \dots + s_n + \dots + s_{2n-1}}{2n} \right) - \frac{s_0 + \dots + s_{n-1}}{n} = \quad (74)$$

$$= \frac{s_n + \dots + s_{2n-1}}{n}$$

Uwzględniając w (74) zależności (65) i (66) otrzymamy:

$$2\sigma_{2n-1}(x) - \sigma_{n-1}(x) = v_n(x) \quad (75)$$

Zależność (75) jest cytowana w [7] lecz nie jest wyprowadzona.

Uwzględniając (46) w (75) otrzymano:

$$v_n(x) = \int_{-\pi}^{\pi} s(t) K_{2n-1}(s) dt - \int_{-\pi}^{\pi} s(t) K_{n-1}(s) dt = \quad (76)$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} s(t) [2K_{2n-1}(s) - K_{n-1}(s)] dt$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} s(t) V_n(s) dt$$

gdzie zależność:

$$V_n(s) = 2K_{2n-1}(s) - K_{n-1}(s) \quad (77)$$

określa związek pomiędzy jądrem de la Vallee Poussina a jądrem Fejera. Można sformułować twierdzenie:

Twierdzenie 4

Jeżeli suma szeregu Fouriera metodą de la Vallee Poussina związane jest z sumą szeregu Fouriera metodą średnich arytmetycznych zależnością:

$$2\sigma_{2n-1}(x) - \sigma_{n-1}(x) = v_n(x)$$

To jądro de la Vallee Poussina jest różnicą jąder Fejera i dane jest w postaci:

$$V_n(s) = 2K_{2n-1}(s) - K_{n-1}(s)$$

Jądro de la Vallee Poussina obliczono wykorzystując twierdzenie 4 i zależność (52):

$$K_{2n-1}(x) = \frac{1}{2n} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sin(ns)}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \right]^2 \quad (78)$$

$$K_{n-1}(x) = \frac{1}{n} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sin\left(\frac{1}{2}ns\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}s\right)} \right]^2 \quad (79)$$

Podstawiając (78) i (80) do (77) jądro ma postać:

$$v_n(x) = \frac{1}{2\pi n} \left[\frac{1}{2} \frac{2 \sin^2(ns)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}s\right)} - \frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}ns\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}s\right)} \right] = \frac{1}{2\pi n} \left[\frac{\sin^2(ns) - \sin^2\left(\frac{1}{2}ns\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}s\right)} \right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi n} \frac{1 - \cos^2(ns) - 1 + \cos^2\left(\frac{1}{2}s\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}s\right)} = \frac{1}{2\pi n} \frac{\cos^2\left(\frac{1}{2}ns\right) - \cos^2(ns)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (80)$$

Wykorzystując zależność:

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad (81)$$

wyrażenie (80) wyniesie:

$$v_n(x) = \frac{1}{2\pi n} \frac{\frac{1}{2}(1 + \cos(ns)) - \frac{1}{2}(1 + \cos(2ns))}{\sin^2\left(\frac{1}{2}s\right)} = \frac{1}{2\pi n} \frac{\cos(ns) - \cos(2ns)}{2 \sin^2\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (82)$$

Jest to identyczna zależność jak (72) **określająca jądro de la Vallee Poussina**. Wykorzystując tożsamość na różnicę cosinusów wyrażenie (82) przybierze postać:

$$V_n(x) = \frac{1}{2\pi n} \frac{\sin\left(\frac{3ns}{2}\right)\sin\left(\frac{ns}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}s\right)} \quad (83)$$

Jest to inna wersja (sinusowa) jądra de la Vallee Poussina.

6. PODSUMOWANIE

W pracy podano pełne wyprowadzenie jąder reprodukcujących Dirichleta, Fejera, de la Valle Poussina oraz Poissona. Pierwsze trzy jądra są ze sobą powiązane i podano zależności pomiędzy nimi oraz pokazano przebiegi graficzne. Na podstawie rysunków podanych w literaturze, najlepsze własności do próbkowania mają jądra Poissona. W dostępnej literaturze przedmiotu nie ma podanych bezpośrednich wyprowadzeń tych jąder. Istnieją odnośniki [2] do literatury gdzie takie analizy robiono lecz te pozycje literaturowe są niedostępne. Najbardziej uboga literatura dotyczy jądra de la Valle Poussina. Autor wyprowadził zależność analityczną określającą jądro de la Valle Poussina na podstawie informacji zamieszczonych w [7] dotyczących sum szeregów metodą de la Valle Poussina. Podano też zależności pomiędzy jądrem de la Valle Poussina i Fejera. Jądra de la Valle Poussina autor nie znalazł w postaci analitycznej w literaturze przedmiotu.

Bibliografia

- [1] J. W. Brown, R. V. Churchill, *Fourier Series and Boundary Value Problems*, McGraw-Hill Higher Education, New York 2001.
- [2] J. R. Higgins, *Sampling Theory in Fourier and Signal Analysis – Foundations*. Clarendon Press, Oxford 1996.
- [3] T. W. Körner, *Fourier Analysis*, Cambridge University Press 1991.
- [4] S. G. Krantz, *A Panorama of Harmonic Analysis*, Published by The Mathematical Association of America 1999.
- [5] A. Kufner, J. Kadlec, *Fourier Series*, Academia Prague 1971.
- [6] G. Tołstow, *Szeregi Fouriera*, PWN Warszawa 1954.
- [7] A. Zygmund, *Trigonometric Series, Volume I*, Cambridge at the University Press, 1959, wydanie rosyjskie Moskwa 1965.

**PRÓBKOWANIE SYGNAŁÓW DIAGNOSTYCZNYCH
CZĘŚĆ III
PRÓBKOWANIE W PRZESTRZENI HILBERTA Z BAZAMI
WIELOMIANOWYMI ZA POMOCĄ NIEKLASYCZNYCH JĄDER**

Zenon SYROKA

Uniwersytet Warmiński – Mazurski, Wydział Nauk Technicznych
Ul. Oczapowskiego 11, 10 –717 Olsztyn, e-mail: syrokaz@onet.eu

Streszczenie

W pracy wyprowadzono regułą Cristoffela – Darboux oraz dokonano analizy próbkowania sygnałów diagnostycznych przy wykorzystaniu jądra Legendr'a. Czebyszewa, Laguerre'a i Hermite'a. Podano metodykę wyprowadzania jąder reprodukcujących w bazach opartych o klasyczne wielomiany ortogonalne.

Słowa kluczowe: próbkowanie sygnałów, przestrzeń Hilberta, bazy wielomianowe, nieklasyczne jądra reprodukcujące.

SAMPLING THE DIAGNOSTIC SIGNALS
PART III

SAMPLING IN THE HILBERT SPACE WITH POLYNOMIALS BASIS USING NON
CLASICAL KERNEL

Summary

In this article removed the Cristoffela – Darboux rule. The analysis of the sampling diagnostic signals using Legendr's. Czebyszew's, Laguerre's and Hermite's kernals was made. Methodology of derivation of reproducing kernels in basics, based on clasical ortogonal polynomial.

Keywords: sampling signals, Hilbert space, polynomials basis, reproducing kernel.

1. WPROWADZENIE

W pracy przeanalizowano próbkowanie sygnałów diagnostycznych w oparciu o generatory zbudowane na podstawie klasycznych wielomianów ortogonalnych.

Praca jest niezależną częścią jednocześnie stanowi kontynuację pracy „Próbkowanie sygnałów diagnostycznych. Część I. Próbkowanie w przestrzeni Hilberta z reprodukcującym jądrem Shanona” oraz pracy Próbkowanie sygnałów diagnostycznych. Część II. Próbkowanie w przestrzeni Hilberta z bazami harmonicznymi za pomocą nieklasycznych jąder”

**2. OGÓLNA TEORIA JĄDER
REPRODUKCYJNYCH W BAZACH
WIELOMIANOWYCH**

Niech

$$P_0(x), P_1(x), \dots, P_n(x) \quad (1)$$

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (2)$$

będzie szeregiem wielomianów ortogonalnych na przedziale $[a, b]$, $-\infty \leq a < b \leq +\infty$.

Definicja 1 [1]

Mówimy, że szereg wielomianów $\{P_n(x)\}$ jest ortogonalny w przedziale $[a, b]$ jeżeli spełniony jest warunek:

$$\int_a^b P_n(x) P_m(x) dx = h_n \delta_{nm} \quad (3)$$

gdzie δ_{nm} jest symbolem delta Kroneckera.

Niech $s(t)$ będzie funkcją taką, że:

$$\int_a^b s(t) P_n(t) dt \quad (4)$$

istnieje dla każdego n .

Odpowiadający temu szereg Fouriera dany jest w postaci:

$$s_0 P_0(x) + c_1 P_1(x) + \dots + c_n P_n(x) + \dots \quad (5)$$

gdzie:

$$c_n = \frac{\int_a^b s(t)P_n(t)dt}{\int_a^b P_n^2(t)dt} \quad (6)$$

Suma częściowa takiego szeregu dana jest w postaci [1]:

$$s_n(x) = \sum_{j=0}^n P_j(x) \frac{\int_a^b s(t)P_n(t)dt}{\int_a^b P_n^2(t)dt} = \int_a^b s(t)K_n(t,x)dt \quad (7)$$

gdzie

$$K_n(t,x) = \sum_{j=0}^n \frac{P_j(x)P_j(t)}{P_j^2(t)} \quad (8)$$

W przypadku gdy szereg (1) jest ortonormalny to zależność (8) przybierze postać:

$$K_n(t,x) = \sum_{j=0}^n P_j(x)P_j(t) \quad (9)$$

W [1] podano definicję:

Definicja 2 [1]

Dla szeregu ortonormalnego $\{P_n(x)\}$ szereg $\{K_n(t,x)\}$ dany zależnością

$$K_n(t,x) = \sum_{j=0}^n P_j(x)P_j(t)$$

nazywany jest **jądrem wielomianowym**.

Twierdzenie 3 [1]

Każdy szereg ortogonalnych wielomianów $\{P_n(x)\}$ spełnia równanie:

$$P_{n+1}(x) = (A_n x + B_n)P_n(x) - C_n P_{n-1}(x) \quad \text{dla } n \geq 0 \quad (10)$$

gdzie:

$$P_{-1}(x) = 0 \quad (11)$$

$$A_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} \quad (12)$$

$$B_n = A_n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - \frac{a_{n-1}}{a_n} \right) \quad (13)$$

$$C_n = \frac{A_n h_n}{A_{n-1} h_{n-1}} \quad (14)$$

gdzie h dane jest wyrażeniem (3)

Na podstawie twierdzenia (3) możemy zapisać:

$$P_{n+1}(x)P_n(t) = (A_n x + B_n)P_n(x)P_n(t) - C_n P_{n-1}(x)P_n(t) \quad (15)$$

$$P_{n+1}(t)P_n(x) = (A_n t + B_n)P_n(x)P_n(t) - C_n P_{n-1}(t)P_n(x) \quad (16)$$

Odejmując od wyrażenia (15) wyrażenie (16) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x) &= \\ &= (A_n x + B_n)P_n(x)P_n(t) - C_n P_{n-1}(x)P_n(t) - \\ &- (A_n t + B_n)P_n(x)P_n(t) + C_n P_{n-1}(t)P_n(x) = \\ &= P_n(x)P_n(t)(A_n x + B_n - A_n t - B_n) + \\ &+ C_n [P_{n-1}(t)P_n(x) - P_{n-1}(x)P_n(t)] = \end{aligned}$$

$$= P_n(x)P_n(t)[A_n(x-t)] + \frac{A_n h_n}{A_{n-1} h_{n-1}} [P_{n-1}(t)P_n(x) - P_{n-1}(x)P_n(t)] \quad (17)$$

Dzieląc obie strony równania (17) przez $A_n(x-t)h$ otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_n h_n} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t} &= \\ = P_n(x)P_n(t) + \frac{1}{A_{n-1} h_{n-1}} \frac{P_{n-1}(t)P_n(x) - P_{n-1}(x)P_n(t)}{x-t} \end{aligned} \quad (18)$$

Stąd:

$$\begin{aligned} P_n(x)P_n(t) &= \frac{1}{A_n h_n} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t} - \\ &- \frac{1}{A_{n-1} h_{n-1}} \frac{P_{n-1}(t)P_n(x) - P_{n-1}(x)P_n(t)}{x-t} \end{aligned} \quad (19)$$

Wykorzystując w (19) własność (11) twierdzenia 3 otrzymamy:

$$\sum_{j=0}^n P_j(x)P_j(t) = \frac{1}{A_n h_n} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t} \quad (20)$$

Podstawiając zależność (20) do (8) otrzymamy:

$$K_n(t,x) = \sum_{j=0}^n \frac{P_j(x)P_j(t)}{h_n} = \frac{1}{A_n h_n} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t} \quad (21)$$

W przypadku układu ortonormalnego wielomianów ($h_n = 1$) mamy:

$$K_n(t,x) = \sum_{j=0}^n P_j(x)P_j(t) = \frac{1}{A_n} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t} \quad (22)$$

W miejsce A_n podstawimy zależność (12) twierdzenia 3 i otrzymamy:

$$K_n(t,x) = \sum_{j=0}^n P_j(x)P_j(t) = \frac{a_n}{a_{n+1}} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t} \quad (23)$$

Zależność (22) dla wielomianów stanowiących układ ortonormalny oraz zależność (20) dla wielomianów stanowiących układ ortogonalny nazywana jest twierdzeniem lub regułą Christoffela-Darboux [1], [6].

Reguła Christoffela-Darboux określa jądro wielomianowe dla wielomianów stanowiących układ ortogonalny lub ortonormalny.

Zbiory wielomianów wykorzystywanych do reprezentacji sygnałów w przestrzeni Hilberta nie są zbiorami ortogonalnymi, ale ortogonalnymi z pewną wagą $w(x)$.

Definicja 4

Zbiór wielomianów $\{P_n(x)\}$ nazywamy ortogonalnym z wagą $w(x)$ jeżeli:

$$\int_D w(x)P_n(x)P_m(x)dx = \begin{cases} 0 & \text{dla } n \neq m \\ k_n < +\infty & \text{dla } n = m \end{cases} \quad (24)$$

Funkcja wagowa należy do L^1 i spełnia swoje warunki normujące w pewnym przedziale $[a, b]$. Do najważniejszych typów funkcji wagowych w przedziale $[a, b]$ zaliczamy [4]:

1. Dla każdego skończonego przedziału $[a, b]$
 $w(x) = (b-x)^\alpha (x-a)^\beta$ gdzie $\alpha > -1$ i $\beta > -1$ (25)

2. Dla przedziału $[a, \infty)$, a jest skończone:
 $w(x) = e^{-x} (x-a)^\beta$ gdzie $\alpha > -1$ (26)

3. Dla przedziału $(-\infty, +\infty)$:
 $w(x) = e^{-x^2}$ (27)

Wielomiany ortogonalne otrzymane przez ortogonalizację przy pomocy wag danych zależnościami (25), (26), (27) [4] nazywamy **klasycznymi ortogonalnymi wielomianami**.

Funkcja $H(x)$ [4] zostanie zdefiniowana w następujący sposób:

$H(x) = (b-x)(x-a)$ dla funkcji wagowej (25) (28)

$H(x) = x-a$ dla funkcji wagowej (26) (29)

$H(x) = 1$ dla funkcji wagowej (27) (30)

Twierdzenie Rodrigueza [4] umożliwi uzyskanie odpowiedniej postaci analitycznej wielomianu ortogonalnego:

$$P_n(x) = \frac{1}{\mu_n} \frac{1}{w(x)} \frac{d^n}{dx^n} [w(x)H^n(x)]$$
 (31)

gdzie μ_n jest odpowiednią stałą.

Do klasycznych wielomianów ortogonalnych dla, których analizowane będą jądra reprodukcyjne zaliczamy:

1. Wielomiany Legendre'a, w przedziale $(-1,1)$,
 $w(x) = 1$ (32)

2. Wielomiany Czebyszewa pierwszego rodzaju, w przedziale $(-1,1)$, $w(x) = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ (33)

3. Wielomiany Laguerre'a, w przedziale (a, ∞) , $w(x) = e^{-x} (x-a)^\alpha$ gdzie $\alpha > -1$. (34)

4. Wielomiany Hermite'a, w przedziale $(-\infty, +\infty)$, $w(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$ (35)

Jądra reprodukcyjne związane z tymi wielomianami zostaną wyprowadzone w następnych podrozdziałach.

3. PRZESTRZEŃ HILBERTA Z REPRODUKUJĄCYM JĄDREM LEGENDRE'A

Wielomiany Legendre'a $P_n(x)$ dla dowolnych rzeczywistych lub zespolonych wartości zmiennej otrzymujemy z twierdzenia Rodrigueza [4] podstawiając do (31) zależność (28) oraz warunek (32) otrzymamy:

$$P_n(x) = \frac{1}{\mu_n} \frac{1}{w(x)} \frac{d^n}{dx^n} [w(x)H^n(x)] = \frac{1}{\mu_n} \frac{d^n}{dx^n} [(1-x)(1+x)]^n = \frac{1}{\mu_n} \frac{d^n}{dx^n} (1-x^2)^n$$
 (36)

Wartość współczynnika μ_n wynosi [2]:

$$\frac{1}{\mu_n} = \frac{(-1)^n}{2^n n!}$$
 (37)

Uwzględniając w (36) zależność (37) otrzymamy wzór określający wielomiany Legendre'a:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n, n = 0, 1, 2, \dots$$
 (38)

W [4] podano, iż:

$$\int_{-1}^1 P_n(x)P_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{dla } n \neq m \\ k_n = \frac{2}{2n+1} & \text{dla } n = m \end{cases}$$
 (39)

Równanie rekurencyjne dla wielomianów Legendre'a wynosi [6]:

$$(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0$$
 (40)

$$P_{n+1}(x) = \frac{(2n+1)}{(n+1)} xP_n(x) - \frac{n}{n+1} P_{n-1}(x)$$
 (41)

W związku z tym:

$$A_n = \frac{2n+1}{n+1}$$
 (42)

Podstawiając do (21) zależności (39) i (42) otrzymamy:

$$K_n(t, x) = \sum_{j=0}^n \frac{P_j(x)P_j(t)}{k_n} = \frac{1}{A_n k_n} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t} = \frac{n+1}{2n+1} \frac{2n+2}{2} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t} = \frac{n+1}{2} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t}$$
 (43)

Stąd wyrażenie:

$$L_n(t, x) = K_n(t, x) = \frac{n+1}{2} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t}$$
 (44)

nazywane jest **jądrem reprodukcyjnym Legendre'a**. Jądra takie rozważano w pracy [3] jako przykład jądra realizującego próbkowanie w skończonym przedziale. Próbkowaniu takiemu można poddawać kanały pracujące z sygnałami nadawanymi kierunkiem prądu lub napięcia. Amplituda takich sygnałów jest ograniczona do przedziału $[-A, A]$, który jest łatwo unormować do $[-1, 1]$.

Rozwinięcie danej funkcji (sygnału) $s(x)$ w szereg według wielomianów Legendre'a ma postać:

$$s(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j P_j(x) \quad \text{gdzie } -1 < x < 1 \quad (45)$$

Współczynniki c_n tego rozwinięcia mogą być formalnie wyznaczone z warunku ortogonalności (39) oraz mnożąc wyrazy szeregu (45) przez $P_m(x)$ i całkując je w przedziale $(-1, 1)$ otrzymamy:

$$\int_{-1}^1 s(x) P_m(x) dx = \int_{-1}^1 s(x) \sum_{j=0}^{\infty} c_j P_j(x) P_m(x) dx = \sum_{j=0}^{\infty} c_j \int_{-1}^1 P_j(x) P_m(x) dx = \frac{2}{2n+1} c_n \quad (46)$$

stąd wynika, że:

$$c_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^1 s(x) P_n(x) dx \quad \text{gdzie } n = 0, 1, \dots \quad (47)$$

Oznaczmy przez $s_n(x)$ sumę $n+1$ wyrazów ciągu (45):

$$s_n(x) = \sum_{j=0}^n c_j P_j(x) \quad (48)$$

Podstawiając do (48) zależność (47) otrzymamy:

$$s_n(x) = \sum_{j=0}^n \left(j + \frac{1}{2} \right) P_j(x) \int_{-1}^1 s(t) P_j(t) dt = \int_{-1}^1 s(t) L_j(t, x) dt \quad (49)$$

gdzie:

$$L_n(t, x) = \sum_{j=0}^n \left(j + \frac{1}{2} \right) P_j(x) P_j(t) \quad (50)$$

jest jądrem reprodukcującym Legendre'a.

Uwzględniając w (49) zależność (44) otrzymamy:

$$s_n(x) = \int_{-1}^1 s(t) \frac{n+1}{2} \frac{P_{n+1}(x)P_n(t) - P_{n+1}(t)P_n(x)}{x-t} dt \quad (51)$$

wartość sygnału w odborniku odtworzonego z próbek pobranych według wielomianów Legendre'a.

4. PRZESTRZEŃ HILBERTA Z REPRODUKUJĄCYM JĄDREM CZEBYSZEWIA PIERWSZEGO RODZAJU

Wielomiany Czebyszewa pierwszego rodzaju otrzymujemy z twierdzenia Rodrigueza [4] podstawiając do (31) warunki (28) i (33)

$$T_n(x) = \frac{1}{\mu_n} \frac{1}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{d^n}{dx^n} \left[(1-x^2)^{\frac{1}{2}} (1-x^2)^n \right] \quad (52)$$

Uwzględniając fakt, iż [2]:

$$\frac{1}{\mu_n} = \frac{(-1)^n}{(2n-1)!!} \quad (53)$$

gdzie :

$$(2n-1)!! = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1) \quad (54)$$

Uwzględniając w (52) zależność (53) otrzymamy wyrażenie określające wielomiany Czebyszewa pierwszego rodzaju

$$T_n(x) = \frac{(-1)^n}{(2n-1)!!} (1-x^2)^{\frac{1}{2}} \frac{d^n}{dx^n} \left[(1-x^2)^{n-\frac{1}{2}} \right] \quad (55)$$

W [4] podano warunek ortonormalizacji:

$$\int_{-1}^1 (1-x^2)^{\frac{1}{2}} T_n(x) T_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{dla } n \neq m \\ \frac{\pi}{2} & \text{dla } n = m \end{cases} \quad (56)$$

Równanie rekurencyjne dla wielomianów Czebyszewa pierwszego rodzaju wynosi [1]:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad (57)$$

Stąd

$$A_n = 2 \quad (58)$$

Uwzględniając w (21) zależność (56) i (58) otrzymamy

$$K_n(t, x) = \sum_{j=0}^n \frac{T_j(x) T_j(t)}{k_n} = \frac{1}{2\pi} \frac{T_{n+1}(x) T_n(t) - T_{n+1}(t) T_n(x)}{x-t} \quad (59)$$

Stąd wyrażenie:

$$T_n(t, x) = K_n(t, x) = \frac{1}{\pi} \frac{T_{n+1}(x) T_n(t) - T_{n+1}(t) T_n(x)}{x-t} \quad (60)$$

nazywane jest **jądrem reprodukcującym Czebyszewa pierwszego rodzaju**. Jądra te powinny być wykorzystywane do próbkowania sygnałów kierunku prądu lub napięcia podobnie jak Legendre'a.

Funkcja $s(x)$ w przedziale $(-1, 1)$, zostanie rozwinięta w szereg według wielomianów Czebyszewa pierwszego rodzaju:

$$s(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j T_j(x) \quad (61)$$

Współczynniki c_n tego rozwinięcia zostaną wyznaczone z warunku (56), mnożąc wyrazy szeregu (61) przez $(1-x^2)^{\frac{1}{2}} T_j(x)$ i całkując je w przedziale $(-1, 1)$ otrzymamy:

$$\int_{-1}^1 s(x) (1-x^2)^{\frac{1}{2}} T_n(x) dx = \int_{-1}^1 \sum_{j=0}^{\infty} c_j (1-x^2)^{\frac{1}{2}} T_j(x) T_n(x) dx = \sum_{j=0}^{\infty} c_j \int_{-1}^1 (1-x^2)^{\frac{1}{2}} T_j(x) T_n(x) dx = \frac{\pi}{2} c_n \quad (62)$$

Stąd wynika, że:

$$c_n = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 s(x) (1-x^2)^{\frac{1}{2}} T_n(x) dx \quad (63)$$

Oznaczmy przez $s_n(x)$ sumę $n+1$ wyrazów szeregu (61)

$$s_n(x) = \sum_{j=0}^n c_j T_j(x) \quad (64)$$

Uwzględniając w (64) zależność (63) otrzymamy:

$$s_n(x) = \sum_{j=0}^n T_j(x) \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 s(t) (1-t^2)^{\frac{1}{2}} T_j(t) dt = \int_{-1}^1 s(t) \frac{2}{\pi} (1-t^2)^{\frac{1}{2}} \sum_{j=0}^n T_j(x) T_j(t) dt = \int_{-1}^1 s(t) (1-t^2)^{\frac{1}{2}} dt \sum_{j=0}^n \frac{2}{\pi} T_j(x) T_j(t) = \int_{-1}^1 s(t) (1-t^2)^{\frac{1}{2}} T_n(t, x) dt \quad (65)$$

gdzie:

$$T_n(t, x) = \sum_{j=0}^n \frac{2}{\Pi} T_j(x) T_j(t) \quad (66)$$

jest jądrem reprodukcującym Czebyszewa pierwszego rodzaju. Uwzględniając w (65) zależność (59) otrzymamy:

$$s_n(x) = \int_{-1}^1 s(t) (1-t^2)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\Pi} \frac{T_{n+1}(x)T_n(t) - T_{n+1}(t)T_n(x)}{x-t} dt \quad (67)$$

wartość sygnału odtworzonego w odbiorniku z próbek pobranych według wielomianów Czebyszewa pierwszego rodzaju.

1.4. Przestrzeń Hilberta z reprodukcującym jądrem Laguerre'a

Wielomiany Laguerre'a otrzymujemy z twierdzenia Rodrigueza [4] podstawiając do (31) warunki (29) i (34)

$$L_n^{(\alpha)}(x) = \frac{1}{\mu_n} \frac{1}{e^{-x}(x-a)^\alpha} \frac{d^n}{dx^n} [e^{-x}(x-a)^\alpha (x-a)^n] \quad (68)$$

Wielomiany Laguerre'a rozpatrywane są najczęściej w przedziale (0,+∞), stąd a = 0. oraz μ_n dana jest w postaci [5]:

$$\frac{1}{\mu_n} = \frac{1}{n!} \quad (69)$$

Stąd:

$$L_n^{(\alpha)}(x) = \frac{1}{n!} \frac{1}{e^{-x} x^\alpha} \frac{d^n}{dx^n} [e^{-x} x^\alpha x^n] = \frac{1}{n!} e^x x^{-\alpha} \frac{d^n}{dx^n} [e^{-x} x^{n+\alpha}] \quad (70)$$

Warunek ortonormalizacji wynosi [4]:

$$\int_0^\infty e^{-x} x^\alpha L_n^{(\alpha)}(x) L_m^{(\alpha)}(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{dla } n \neq m \\ k_n = \frac{\Gamma(\alpha+n+1)}{n!} & \text{dla } n = m \end{cases} \quad (71)$$

gdzie Γ(x) jest funkcją gamma Eulera.

Równanie rekurencyjne dla wielomianów Laguerre'a wynosi [1]

$$(n+1)L_{n+1}^{(\alpha)}(x) = -(x-\alpha-2n-1)L_n^{(\alpha)}(x) - (n+\alpha)L_{n-1}^{(\alpha)}(x) \quad (72)$$

Przekształcamy (72) do postaci (10)

$$L_{n+1}^{(\alpha)}(x) = \frac{(-x+\alpha+2n+1)}{(n+1)} L_n^{(\alpha)}(x) - \frac{(n+\alpha)}{(n+1)} L_{n-1}^{(\alpha)}(x) = \left[\frac{-1}{n+1} x + \frac{\alpha+2n+1}{n!} \right] L_n^{(\alpha)}(x) - \frac{n+\alpha}{n+1} L_{n-1}^{(\alpha)}(x) \quad (73)$$

Stąd A_n dane jest w postaci:

$$A_n = \frac{-1}{n+1} \quad (74)$$

Po uwzględnieniu w wyrażeniu (21) zależność (71) oraz (74) otrzymamy:

$$K_n(t, x) = \sum_{j=0}^n \frac{L_j^{(\alpha)}(x) L_j^{(\alpha)}(t)}{k_n} = \frac{1}{A_n k_n} \frac{L_{n+1}^{(\alpha)}(x) L_n^{(\alpha)}(t) - L_{n+1}^{(\alpha)}(t) L_n^{(\alpha)}(x)}{x-t} =$$

$$= \frac{-n!(n+1)}{\Gamma(n+\alpha+1)} \frac{L_{n+1}^{(\alpha)}(x) L_n^{(\alpha)}(t) - L_{n+1}^{(\alpha)}(t) L_n^{(\alpha)}(x)}{x-t} \quad (75)$$

Wyrażenie

$$LG_n^{(\alpha)}(t, x) = K_n(t, x) = \frac{-n!(n+1)}{\Gamma(n+\alpha+1)} \frac{L_{n+1}^{(\alpha)}(x) L_n^{(\alpha)}(t) - L_{n+1}^{(\alpha)}(t) L_n^{(\alpha)}(x)}{x-t} \quad (76)$$

nazywane jest **jądrem reprodukcującym Laguerre'a**. Wykorzystywane ono może być do próbkowania sygnałów wartości prądu lub napięcia.

Funkcję s(x) określoną w przedziale (0, ∞) przedstawimy w postaci szeregu:

$$s(x) = \sum_{j=0}^\infty c_j L_j^{(\alpha)}(x) \quad (77)$$

Współczynniki c_n tego szeregu obliczymy uwzględniając warunek (71) oraz mnożąc wyrazy szeregu przez x^α e^{-x} L_n^(α)(x) i całkując w przedziale (0, ∞), w wyniku czego otrzymamy:

$$\int_0^\infty s(x) x^\alpha e^{-x} L_n^{(\alpha)}(x) dx = \int_0^\infty \sum_{j=0}^\infty c_j x^\alpha e^{-x} L_j^{(\alpha)}(x) L_n^{(\alpha)}(x) dx = c_n \frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{n!}$$

Stąd wynika, że:

$$c_n = \frac{n!}{\Gamma(n+\alpha+1)} \int_0^\infty s(x) x^\alpha e^{-x} L_n^{(\alpha)}(x) dx \quad (79)$$

Oznaczmy przez s(t) sumę n+1 wyrazów szeregu (77):

$$s_n(x) = \sum_{j=0}^n c_j L_j^{(\alpha)}(x) \quad (80)$$

Uwzględniając w (80) zależność (79) suma uzyska postać:

$$s_n(x) = \sum_{j=0}^n L_j^{(\alpha)}(x) \frac{n!}{\Gamma(n+\alpha+1)} \int_0^\infty s(t) t^\alpha e^{-t} L_j^{(\alpha)}(t) dt = \int_0^\infty s(t) e^{-t} \sum_{j=0}^n \frac{n!}{\Gamma(n+\alpha+1)} L_j^{(\alpha)}(x) L_j^{(\alpha)}(t) dt = \int_0^\infty s(t) e^{-t} LG_n^{(\alpha)}(t, x) dt \quad (81)$$

Gdzie:

$$LG_n^{(\alpha)}(t, x) = \sum_{j=0}^n \frac{n!}{\Gamma(n+\alpha+1)} L_j^{(\alpha)}(x) L_j^{(\alpha)}(t) \quad (82)$$

Uwzględniając w (81) zależność (76) otrzymamy:

$$s_n(x) = \int_0^\infty s(t) e^{-t} \alpha \frac{-n!(n+1)}{\Gamma(n+\alpha+1)} \frac{L_{n+1}^{(\alpha)}(x) L_n^{(\alpha)}(t) - L_{n+1}^{(\alpha)}(t) L_n^{(\alpha)}(x)}{x-t} dt \quad (83)$$

wartość sygnału odtworzonego w odbiorniku z próbek pobranych według wielomianów Laguerre'a.

6. PRZESTRZEŃ HILBERTA Z REPRODUKUJĄCYM JĄDREM HERMITE'A

Bardzo ważną klasą klasycznych wielomianów ortogonalnych ze względu na dziedzinę $x \in (-\infty, +\infty)$, są wielomiany Hermite'a. Uzyskujemy je z twierdzenia Rodrigueza [4] (31) przez zastosowanie w nim warunku (30) i (35) w postaci:

$$H_n(x) = \frac{1}{\mu_n} \frac{1}{w(x)} \frac{d^n}{dx^n} [w(x)H^n(x)] = \frac{1}{\mu_n} \frac{1}{e^{-x^2}} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}) \quad (84)$$

Wartość μ_n dana jest w postaci [4]:

$$\frac{1}{\mu_n} = (-1)^n \quad (85)$$

Wyrażenie (84) z uwzględnieniem (85) zapiszemy w postaci:

$$H_n(x) = (-1)^n \frac{1}{e^{-x^2}} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2}) \quad (86)$$

Zależność (86) określa wielomiany Hermite'a.

Warunek ortonormalizacji wynosi [5]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{dla } n \neq m \\ k_n = 2^n n! \sqrt{\pi} & \text{dla } n = m \end{cases} \quad (87)$$

Równanie rekurencyjne dla wielomianów Hermite'a wynosi [1]:

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x) \quad (88)$$

Stąd A_n wynosi:

$$A_n = 2 \quad (89)$$

Po uwzględnieniu w (21) zależności (87) oraz (89) otrzymamy:

$$\begin{aligned} K_n(t, x) &= \sum_{j=0}^n \frac{H_j(x)H_j(t)}{k_n} = \\ &= \frac{1}{A_n k_n} \frac{H_{n+1}(x)H_n(t) - H_{n+1}(t)H_n(x)}{x-t} = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 2^n n! \sqrt{\pi}} \frac{H_{n+1}(x)H_n(t) - H_{n+1}(t)H_n(x)}{x-t} \end{aligned} \quad (90)$$

Stąd wyrażenie:

$$H_n(t, x) = K(t, x)_n = \frac{1}{2^{n+1} n! \sqrt{\pi}} \frac{H_{n+1}(x)H_n(t) - H_{n+1}(t)H_n(x)}{x-t} \quad (91)$$

nazwane jest **jądrem reprodukującym Hermite'a**.

Rozwinięcie funkcji $s(x)$ określonej w przedziale $(-\infty, \infty)$ w szereg według wielomianów Hermite'a dane jest w postaci:

$$s(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j H_j(x) \quad (92)$$

Współczynniki c_n obliczymy korzystając z warunku (87) oraz mnożąc wyrazy szeregu (92) przez $e^{-x^2} H_n(x)$ i całkując w przedziale $(-\infty, \infty)$, otrzymamy:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(x) e^{-x^2} H_n(x) dx = \sum_{j=0}^{\infty} c_j \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} H_n(x) H_j(x) dx = 2^n n! \sqrt{\pi} c_n \quad (93)$$

Stąd wynika, że:

$$c_n = \frac{1}{2^n n! \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(x) H_n(x) dx \quad (94)$$

Sumę $n+1$ pierwszych składników szeregu (94) przybiera postać:

$$\begin{aligned} s_n(x) &= \sum_{j=0}^n c_j H_j(x) = \sum_{j=0}^n H_j(x) \frac{1}{2^n n! \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-t^2} H_j(t) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-t^2} \sum_{j=0}^n \frac{H_j(x) H_j(t)}{2^n n! \sqrt{\pi}} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-t^2} H_n(t, x) dt \end{aligned} \quad (95)$$

gdzie:

$$H_n(t, x) = \sum_{j=0}^n \frac{H_j(x) H_j(t)}{2^n n! \sqrt{\pi}} \quad (96)$$

jest jądrem reprodukującym Hermite'a. Uwzględniając w (95) zależność (91) otrzymamy:

$$s_n(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-t^2} \frac{1}{2^{n+1} n! \sqrt{\pi}} \frac{H_{n+1}(x)H_n(t) - H_{n+1}(t)H_n(x)}{x-t} dt \quad (97)$$

wartość sygnału odtworzonego w odbiorniku z próbek pobranych według wielomianów Hermite'a.

7. PODSUMOWANIE

Jądra reprodukujące w bazach wielomianowych są rozpatrywane w [3]. Podana jest tam analityczna postać końcowa jądra Legendre'a lecz bez sposobu jego wyprowadzenia.

Autor podał sposób wyprowadzania jąder reprodukujących w bazach opartych o klasyczne wielomiany ortogonalne oraz wyprowadził jądra reprodukujące dla wielomianów Legendre'a, Czebyszewa pierwszego rodzaju, Laguerre'a, Hermite'a. W przypadku wielomianów Legendre'a autor uzyskał taki sam rezultat jaki był podany w [3]. Dla pozostałych przypadków wielomianów ortogonalnych zależności analityczne określające jądra reprodukujące wyprowadzone w pracy autor nie znalazł w literaturze przedmiotu.

Bibliografia

- [1] G. E. Andrews, R. Askey, R. Roy, *Special Function*, Cambridge University Press, 2001.
- [2] H. Bateman, A. Erdelyi, *Higher Transcendental Functions*, Volume II, wydanie rosyjskie Moskwa 1974.
- [3] J. R. Higgins, *Sampling Theory in Fourier and Signal Analysis - Foundations*. Clarendon Press, Oxford 1996.

- [4] A. Kufner, J. Kadlec, *Fourier Series*, Academia Prague 1971.
- [5] N. N. Lebediew, *Funkcje specjalne i ich zastosowania*, PWN, Warszawa 1957.
- [6] G. G. Walter, *Wavelets and Other Orthogonal Systems With Applications*. CRC Press, London 1994.
- [7] P. Brémaud, *Mathematical Principles of Signal Processing – Fourier and Wavelet Analysis*. Springer, New York 2001.
- [8] J. W. Brown, R. V. Churchill, *Fourier Series and Boundary Value Problems*, McGraw-Hill Higher Education, New York 2001
- [9] R. E. Edwards, *Fourier Series A Modern Introduction, Volume I*, Springer-Verlag, Berlin 1979.
- [10] C. Gasquet, P. Witomski, *Fourier Analysis and Applications: Filtering, Numerical Computation, Wavelets*, Springer, New York 1998.
- [11] J. R. Higgins, R. L. Stens, *Sampling Theory in Fourier and Signal Analysis – Advanced Topics*, Oxford University Press 1999.
- [12] T. W. Körner, *Fourier Analysis*, Cambridge University Press 1991.
- [13] S. G. Krantz, *A Panorama of Harmonic Analysis*, Published by The Mathematical Association of America 1999.
- [14] E. H. Lieb, M. Loss, *Analysis, Graduate Studies in Mathematics*, American Mathematical Society, 1998.
- [15] R. Paley, N. Wiener, *Fourier transform in the complex domain*, American Mathematical Society, 1934.
- [16] W. Mlak, *Wstęp do teorii przestrzeni Hilberta*, PWN Warszawa 1970.
- [17] L. Schwartz, *Sous espaces hilbertiens d'espaces vectoriels topologiques et noyaux associés*, Journal d'Analyse Mathématique, pp. 115-256, 1964.
- [18] E. M. Stein, *Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions*, Princeton University Press, Princeton 1970.
- [19] G. Tolstow, *Szeregi Fouriera*, PWN Warszawa 1954.
- [20] R. G. Vaughan, N. L. Scott, D. R. White, *The theory of Bandpass Sampling*, IEEE Trans. On Signal Processing, Vol 39, No 9, september 91.
- [21] N. Wiener, *The Fourier integral and certain of its applications*, wydanie rosyjskie, Moskwa 1963.
- [22] A. Zygmund, *Trigonometric Series, Volume I*, Cambridge at the University Press, 1959, wydanie rosyjskie Moskwa 1965.

WIELOSYPHTOMOWA PROGNOZA STANU I CZASU DO AWARII Z WYKORZYSTANIEM SIECI NEURONOWYCH

Maciej TABASZEWSKI

Politechnika Poznańska, Instytut Mechaniki Stosowanej
Ul. Piotrowo 3, 60-965 Poznań, Maciej.Tabaszewski@put.poznan.pl

Streszczenie

Praca zawiera próbę rozwiązania problemu prognozy wielosymptomowej dla złożonych obiektów technicznych. Zaproponowano kilka możliwości realizacji prognozy wielosymptomowej stanu i czasu do awarii kładąc szczególny nacisk na możliwość zastosowania sieci neuronowej. Przedstawiono przykład zastosowania sieci neuronowej w prognozie czasu resztkowego do awarii łożyska tocznego 608. Wskazano na silną zależność jakości otrzymywanych prognoz od przyjętej struktury sieci.

Słowa kluczowe: prognozowanie czasu resztkowego, sieci neuronowe,
diagnostyka wielosymptomowa, diagnostyka łożysk tocznych.

MULTI-SYMPHTOM FORECASTING OF CONDITION AND RESIDUAL TIME BY MEANS OF NEURAL NETWORKS

Summary

The work concerns an idea of multi-symptom forecasting for complex technical objects. Some of possibilities of realization of multi-symptom forecasting of machine condition and time to breakdown were proposed, especially realization based on neural networks. Some example of prediction of residual time to breakdown of ball bearing 608 was presented. The strong relationship between quality of forecasts and assumed structure of artificial neural network was shown.

Keywords: forecasting of residual time, neural networks, multidimensional condition monitoring,
ball bearing condition monitoring.

1.WPROWADZENIE

Problem prognozowania dla potrzeb diagnostyki technicznej poruszany jest przez wielu autorów. Można tutaj wymienić choćby niektóre, przykładowe prace [1], [2], [3], [4]. Także zastosowanie sieci neuronowych czy też systemów neuronowo- rozmytych do prognozy w diagnostyce było tematem wielu opracowań (przykładowo [5], [6], [7], [8]). W wielu przypadkach diagnostyki złożonych obiektów technicznych może wystąpić konieczność prognozowania czasu resztkowego do awarii jaki i prognozy stanu w oparciu o wiele miar sygnału diagnostycznego wypracowywanych jednocześnie. Konieczność stosowania podejścia wielosymptomowego akcentuje wielu autorów (patrz choćby [9]). Takie spojrzenie na obiekt diagnozowany ma szczególne znaczenie w przypadkach gdy istnieje możliwość niezależnego rozwijania się wielu uszkodzeń. Podstawą obserwacji w diagnostyce wielosymptomowej jest symptomowa macierz obserwacji (SOM). Macierz tę tworzą wierszowe wektory obserwacji $[S_t] = [S_{1t}, S_{2t}, \dots, S_{Nt}]$, które są określane w każdym cyklu pomiarowym, w równo odległych odstępach miary eksploatacji $d\Theta$ podczas całego cyklu życia Θ obiektu $0 \leq \Theta \leq \Theta_b$ [16], [17]. W ten sposób

otrzymuje się macierz obserwacji, której kolumny odzwierciedlają obserwowane symptomy, a wiersze kolejne realizacje obserwacji.

Istnieje kilka możliwości rozwiązania przedstawionego problemu bazującego na zbiorze N miar sygnału diagnostycznego. W niektórych metodach zakłada się, że prócz obserwowanych wartości miary sygnału diagnostycznego posiadamy poprawnie wyznaczoną wartość graniczną tej miary. Pozwala to zbadać relację prognozowanych wartości miary sygnału ze wspomnianą wartością graniczną. Taką relację można badać dla każdego symptomu S_i niezależnie, a następnie zastosować nadrzędny algorytm decyzyjny pozwalający na wypracowanie ostatecznej prognozy w oparciu o wypracowany zbiór niezależnych prognoz. Takie podejście można nazwać jednosymptomowym gdyż sam proces prognozy odnosi się do każdego symptomu osobno. W najprostszym przypadku rozróżniania tylko dwu klas stanu można zapisać:

$$\begin{aligned} \hat{S}_i(\Theta) \leq S_i^l & - \text{stan zdalny} \\ \hat{S}_i(\Theta) > S_i^l & - \text{stan niezdatny} \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: $\hat{S}_i(\Theta)$ - i - ta, prognozowana, miara sygnału diagnostycznego zorientowana zużyciowo (wartość

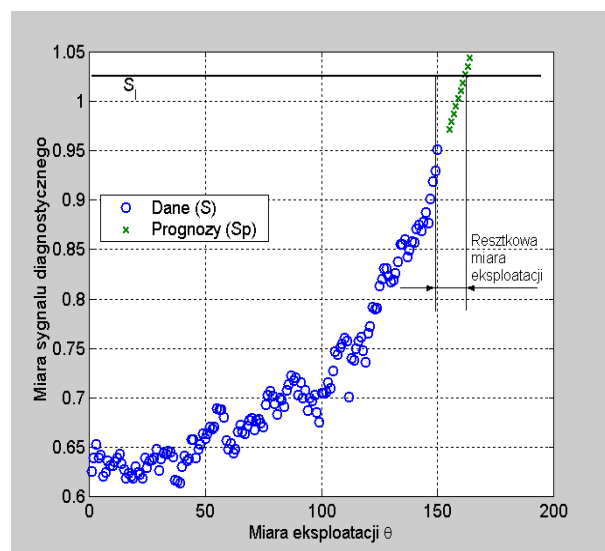
symptomu), S_i^l - wartość graniczna symptomu, Θ - miara eksploatacji (np. czas), $i=1,2 \dots N$,

Ideę prognozy resztkowego czasu do awarii jako i prognozy stanu przy wspomnianych wcześniej założeniach ilustruje rys. 1.

Aby dokonać oszacowania czasu resztkowego należy określić chwilę czasową, w której następuje osiągnięcie przyjętej wartości granicznej, a dalej formalnie:

$$\Delta\hat{\Theta}_i = \hat{\Theta}_i^b - \Theta_n \quad (2)$$

gdzie: $\Delta\hat{\Theta}_i$ - prognozowana wartość czasu resztkowego na podstawie i -tej miary sygnału diagnostycznego, $\hat{\Theta}_i^b$ - prognozowana chwila czasowa w której wystąpi awaria, Θ_n - chwila czasowa, w której dokonuje się prognozy.



Rys. 1. Idea prognozy resztkowej miary eksploatacji (czasu resztkowego) oraz stanu w przypadku diagnostyki jednosymptomowej

W przypadku prognozy złożonych obiektów i diagnostyki wielosymptomowej można zastosować ideę „najsłabszego ogniwa”. U podstaw tej metody stoi założenie, że wiele rozpatrywanych miar sygnału diagnostycznego może być ukierunkowane na detekcję poszczególnych rozwijających się uszkodzeń (np. dzięki zastosowaniu selekcji częstotliwościowej [10]). Dodatkowo wspomniane miary mogą różnić się wrażliwością na zmiany cech stanu. Przy takim założeniu o stanie całości powinno zdecydować zaawansowanie „najszybciej rozwijającego” się uszkodzenia (lub najintensywniej zużywającego się elementu) czyli zdecydować powinna prognoza oparta o najkrótszą krzywą życia. Oznacza to najbardziej pesymistyczne oszacowanie zarówno czasu do awarii jak i najbardziej pesymistyczne określenie stanu w zakładanym horyzoncie prognozy.

Prognoza czasu resztkowego ma wtedy postać:

$$\Delta\hat{\Theta} = \min(\Delta\hat{\Theta}_i) \quad (3)$$

Inną możliwością prognozy stanu i czasu resztkowego w przypadku prognozy wielosymptomowej może być znalezienie kumulant [10] lub uogólnionych symptomów zastępczych (np. w oparciu o rozkład SVD [11], [12]), które mogłyby opisywać ogólny stan techniczny obiektu jako całości. Niestety pojawia się wtedy problem określenia wartości granicznej dla tego typu symptomów uogólnionych, które w zasadzie można wyznaczyć doświadczalnie tylko w oparciu o wielokrotny eksperyment czynno-biorny lub czynny, lub do pewnego stopnia estymować wykorzystując niezawodność symptomową budowaną w oparciu eksperyment biorny i regułę Neymana - Pearsona [13], [14].

Wiele innych metod dotyczących diagnostyki wielosymptomowej można znaleźć choćby w [9].

Jednym z podejść proponowanym przez autora jest zastosowanie zasady, że na etapie formułowania prognozy bierzemy pod uwagę najbardziej optymistyczną jak i pesymistyczną prognozę, a więc otrzymujemy pewien przedział w którym mieści się nasza prognoza. Ponieważ jednak potrzebujemy raczej konkretnych prognozowanych wartości np. resztkowego czasu do awarii, można zastosować reguły decyzyjne analogiczne do reguły Hurwicza [15] z teorii decyzji:

$$\Delta\hat{\Theta} = \alpha \max(\Delta\hat{\Theta}_i) + (1 - \alpha) \min(\Delta\hat{\Theta}_i), \quad (4)$$

gdzie: $0 \leq \alpha \leq 1$ może pełnić rolę wskaźnika optymizmu podczas podejmowania decyzji, $\Delta\hat{\Theta}$ - jest ostateczną prognozą czasu resztkowego.

Jeżeli $\alpha = 0$ podejmujemy decyzję co do przyjęcia resztkowego czasu eksploatacji na podstawie otrzymanej minimalnej (po symptomach) prognozy tego czasu – prognoza pesymistyczna. W przypadku $\alpha = 1$ prognoza jest skrajnie optymistyczna. W przypadku gdy potrafimy arbitralnie wyrazić swój stopień optymizmu co do przyszłości szacowany czas resztkowy będzie w przedziale od $\min(\Delta\hat{\Theta}_i)$ do $\max(\Delta\hat{\Theta}_i)$.

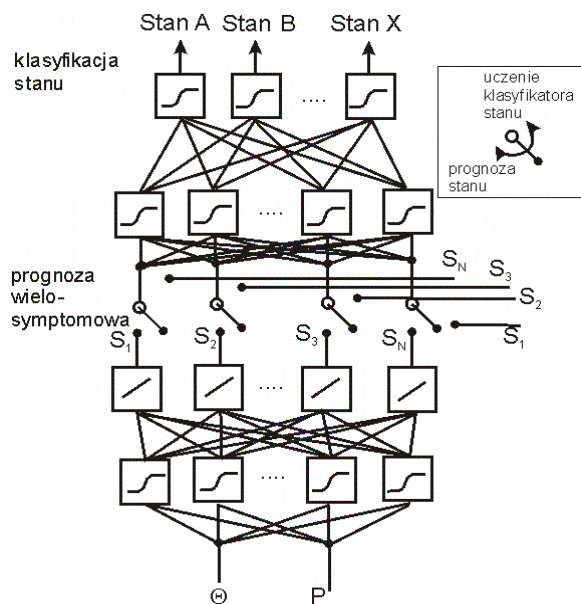
Kolejnym podejściem, szerzej tutaj omówionym, będzie zastosowanie jednokierunkowych sieci neuronów sigmoidalnych i liniowych do prognozy stanu i czasu resztkowego do awarii. W pracy zastosowano nieskomplikowaną strukturalnie sieć do rozwiązania problemu prognozowania wielosymptomowego czasu awarii łożyska tocznego uzyskując zachęcające wyniki. Zaprezentowano także ideę połączenia sieci realizującej prognozę z klasyfikatorem neuronowym pozwalającą na spójną implementację w systemie diagnostycznym.

2. ZASTOSOWANIE SIECI NEURONOWEJ W PROGNOZIE WIELOSYPHTOMOWEJ

Idea prognozy wielosymptomowej może zostać zrealizowana w oparciu o perceptron

wielowarstwowy [22]. W przypadku prognozy stanu idea ta może być przedstawiona jak na rys. 2.

Proponowane podejście wymaga dwóch niezależnie uczonych i optymalizowanych sieci neuronowych. W pierwszym etapie uczenia sieci realizującej prognozę wartości symptomów następuje trenowanie tak aby uzyskać zależność każdego S_{it} (i-ty symptom w danej chwili czasowej t) od miary eksploatacji Θ_t . Jest to więc typowy problem aproksymacji rozpatrywany dla każdego symptomu S_i . W przypadku zmiennych parametrów sterowania P_{it} (np. parametrów determinujących prędkość obrotową, obciążenie itp.) mających wpływ na obserwowane miary sygnałów diagnostycznych konieczne będzie uwzględnienie tych parametrów na wejściu sieci (na rysunku oznaczenie P). W następnym kroku uczy się niezależnie klasyfikator stanu. Na wejścia perceptronu wielowarstwowego podawane są obserwowane wartości symptomów S_{it} (jeśli to konieczne także parametry sterowania) oczekując na wyjściu właściwej klasyfikacji stanu na podstawie przykładów uczących.



Rys. 2. Idea prognozowania wielosymptomowego za pomocą sieci i prognoza stanu za pomocą klasyfikatora neuronowego

Na etapie prognozy na wejście pierwszej sieci podajemy iteracyjnie miarę eksploatacji Θ_T (gdzie $T > n$, oraz n – numer ostatniej dostępnej obserwacji, Θ_T – wartość miary eksploatacji, dla której sporządza się prognozę) i otrzymujemy przewidywane wartości symptomów $\hat{S}_i(\Theta_T) = \hat{S}_{iT}$. Kolejny etap prognozy polegać będzie na wprowadzeniu prognozowanych wartości symptomów na wejście klasyfikatora stanu uzyskując prognozę stanu w zadanym horyzoncie prognozy. W przypadku zmiennych parametrów

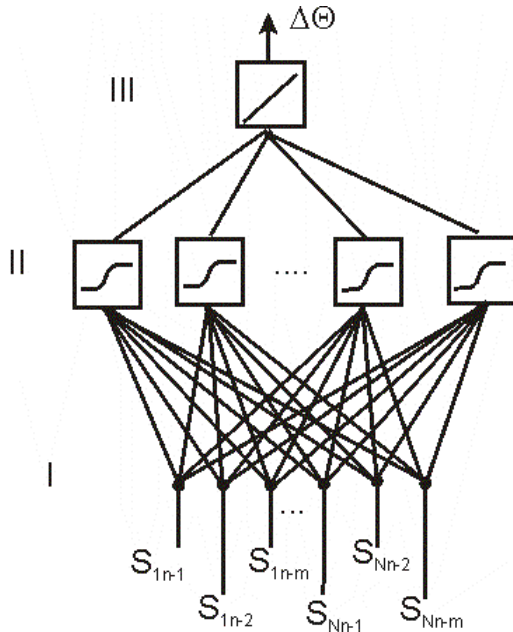
sterowania procedurę należy powtórzyć dla przewidywanych wartości tych parametrów z jakimi może pracować obiekt.

Można zaproponować także pewną odmianę tej metody poprzez zastosowanie w procesie prognozy symptomu wielu sieci neuronowych zamiast jednej. W tym rozwiązaniu każda z sieci będzie prognozować wartości określonego symptomu niezależnie od innych. Tak jak w omawianym wcześniej rozwiązaniu odbywałoby się to w oparciu o wartości miary eksploatacji Θ oraz wartości parametrów sterowania P. Takie podejście, choć wydaje się pewną komplikacją, jednak pozwala na dobranie struktury sieci indywidualnie do każdej krzywej życia. Natomiast przy współczesnych środkach obliczeniowych i niezbyt skomplikowanych i rozbudowanych strukturach sieci w omawianym problemie, zastosowanie omawianej odmiany metody wielosymptomowego prognozowania stanu nie rodzi specjalnych trudności. Zresztą tego typu podejście, które nazywane jest bankiem wyspecjalizowanych modeli w zakresie rozwiązywania problemu klasyfikacji jest powszechnie (patrz np. [9]).

Bezpośrednia prognoza czasu do awarii może być zrealizowana zdecydowanie prościej. W przypadku prognozy stanu przewidujemy klasę tego stanu dla zadanej wartości miary eksploatacji. W przypadku prognozy czasu resztkowego lub chwili w której nastąpi awaria, sytuacja jest odwrotna, czyli na wejściu sieci podajemy bezpośrednio wartości symptomów (najświeższe dostępne obserwacje) oraz oczekujemy odpowiedzi ile czasu do awarii jeszcze pozostało. Odpowiedni schemat sieci ilustruje rys. 3. Jak wynika z rysunku 3 na wejście sieci (warstwa I) podaje się wartości wielu symptomów S_i gdzie $i=1,2 \dots N$ (mogą być także podane wartości parametrów sterowania lub nawet aktualna miara eksploatacji). Niestety takie podejście może nie pozwolić sieci na odkrycie właściwych relacji ze względu na fluktuacje losowe symptomu. Stąd konieczność uwzględniania nie tylko ostatniej znanej obserwacji i - tego symptomu S_{in} ale także m wcześniejszych jego realizacji $S_{in-1}, S_{in-2}, \dots, S_{in-m}$. W warstwie ukrytej sieci (warstwa II) należy zastosować neurony sigmoidalne [20], [21] natomiast na wyjściu (warstwa III) neuron liniowy.

Otrzymane wyniki zależą będą od wielu czynników. Jednym z nich jest wartość m , która na dodatek dla każdego symptomu może być różna. Ogólnie dla symptomów o gwałtownych zmianach charakteru w tendencji rozwojowej i zakłóceniach tej tendencji (np. tendencje wzrostowe i spadkowe w różnych fazach krzywej życia, istotne fluktuacje losowe) wartość m powinna być większa. Inaczej w monotonicznych krzywych życia. Zbyt duża wartość m może doprowadzić do wypracowania zbyt uśrednionej zależności pomiędzy wartościami symptomów, a czasem resztkowym co może

doprowadzić do niewystarczająco dokładnych prognoz. Innym czynnikiem wpływającym na jakość prognozy może być liczba neuronów w warstwie ukrytej. Zbyt duża ich liczba spowoduje brak zdolności uogólniania co w przypadku danych nie prezentowanych wcześniej sieci będzie powodem dużych błędów prognozy. Zbyt mała liczba neuronów może doprowadzić do sytuacji, że sieć nie będzie mogła się nauczyć odwzorowywać wartości symptomów w resztkowy czas do awarii.



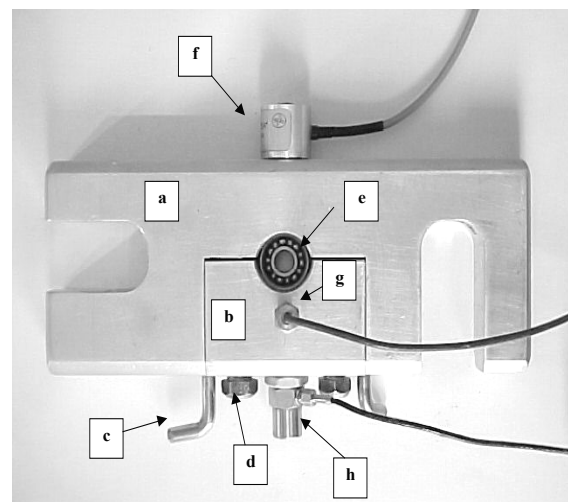
Rys. 3. Koncepcja struktury sieci neuronowej dla wielosymptomowej prognozy czasu resztkowego

Należy wspomnieć, że przypadku sieci neuronowej i prognozowania czasu resztkowego wypracowywanego w oparciu o wiele symptomów możliwe jest również zastosowanie metody pośredniej. Metoda ta opiera się na podobnej idei jak przedstawiona na rys. 2. W pierwszym etapie budujemy sieć neuronową pozwalającą na przewidywanie wartości miar sygnałów diagnostycznych w zależności od wartości miary eksploatacji oraz parametrów sterowania, a w drugim etapie wykorzystujemy uzyskane prognozy wartości wielu symptomów do przewidzenia czasu awarii. Jednak takie podejście, choć teoretycznie możliwe, wymaga budowania, optymalizacji i trenowania dwóch sieci i wydaje się niepotrzebną komplikacją problemu. Ewentualnie można zastosować taką strukturę w przypadku implementacji systemu prognostycznego realizującego zarówno prognozy stanu jak i prognozy czasu resztkowego gdyż początkowo wykorzystujemy tę samą sieć. W przypadku jednak prognozy stanu prognozowane wartości symptomu stanowić będą wejście klasyfikatora (nie koniecznie neuronowego) [9], [18], [19], a w przypadku prognozy czasu resztkowego stanowić będą wejście sieci prognozującej czas resztkowy.

3. PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA

Aby sprawdzić możliwość wykorzystania jednej z omawianych koncepcji dotyczącej bezpośredniej prognozy czasu resztkowego (patrz rys. 3) wykorzystano dane pomiarowe ze stanowiska przyspieszonego zużycia małowabarytowych łożysk tocznych typu 608. Pole zjawiskowe w tym eksperymencie obejmowało: przyspieszenia drgań, emisje akustyczną, moc pobieraną przez silnik oraz temperaturę łożyska. Dodatkowo podczas eksperymentu zmieniano obciążenie łożyska. Dla niektórych ze składowych tego pola wyznaczono wiele miar punktowych sygnałów diagnostycznych (symptomów) w funkcji czasu eksperymentu w różnych pasmach częstotliwości. W wyniku przeprowadzonego eksperymentu dla 10-ciu łożysk tocznych otrzymano ok. 70 symptomowych krzywych życia dla każdego z badanych łożysk. W każdym z przypadków łożysko doprowadzono do awarii w postaci zmęczeniowego pęknięcia pierścienia zewnętrznego łożyska.

Na rys. 4 zaprezentowano rozmieszczenie czujników w głowicy pomiarowej, w której mocowano badane łożysko.

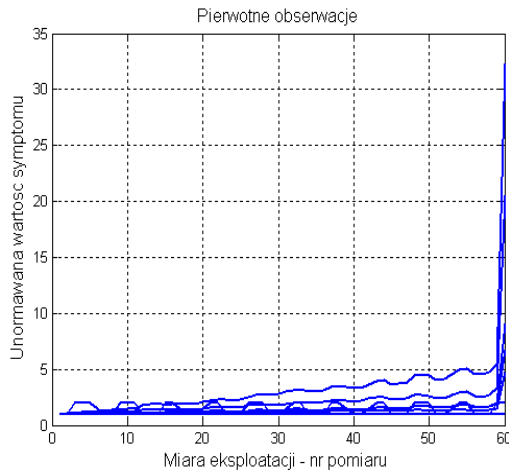


Rys. 4. Widok ogólny głowicy pomiarowej: część górna – ramię (a), część dolna – wkładka dociskowa (docisk obciążający) (b), kołki ustalające (c), śruby dociskowe (d), badane łożysko (e), przetwornik emisji akustycznej (f), przetwornik temperatury (g), przetwornik przyspieszeń drgań (h)

W opisywanym eksperymencie ograniczono się do prognozy czasu resztkowego zgodnie z siecią z rys. 3. Niestety ogrom informacji podany na wejście sieci nie dał oczekiwanych rezultatów nie dając sensownych prognoz. W kolejnym podejściu na wejście sieci podano tylko te symptomy (istotnie uśrednione), które charakteryzowały się tendencją wzrostową. Odrzucono więc te miary sygnału diagnostycznego, które z powodu bądź to niewłaściwej selekcji częstotliwościowej, bądź samej definicji miary nie niosły informacji o procesie zużycia zachodzącym w łożysku. W ten sposób wybrano tylko sześć miar subiektywnie

oceniając ich przydatność. Przykładowo wybrane symptomy wraz z informacją o skokowej zmianie obciążenia przedstawiono na rys. 5.

Ostatecznie do dalszych analiz wybrano wartości skuteczne, i szczytowe przyspieszeń drgań w dwóch pasmach częstotliwości, tempo emisji akustycznej, oraz wartość kurtozy w paśmie.



Rys. 5. Wybrane miary sygnału diagnostycznego, których wartości stanowią wejście sieci przedstawionej na rys. 3

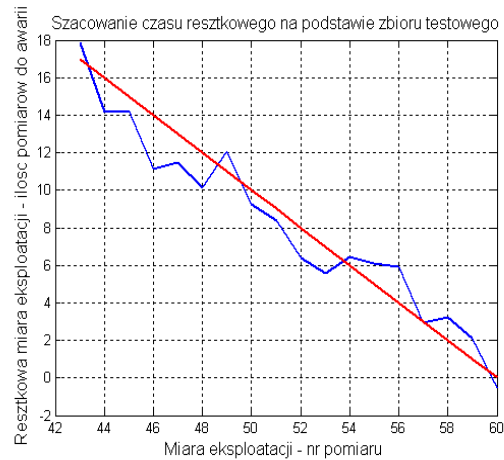
Rys. 6 przedstawia oszacowania czasu resztkowego w funkcji miary eksploatacji uzyskane za pomocą sieci neuronowej dla $m=3$ oraz $N=6$ (patrz rys. 3) oraz rzeczywiste odwzorowanie w postaci funkcji linowej. Dla rozpatrywanego przypadku stanowisko wyłączono po 60 cyklach pomiarowych, po których stwierdzono pęknięcie pierścienia zewnętrznego. Ostatni pomiar odpowiada chwili, w której zanotowano efekt akustyczny związany ze wspomnianym uszkodzeniem. Wyniki dotyczą fragmentu krzywej życia traktowanej jako zbiór testowy (nie prezentowany sieci w trakcie uczenia ale o znanych wartościach, które sieć powinna uzyskać na wyjściu). Należy jednak pamiętać, że sieć nie ma informacji o mierze eksploatacji, a jedynie o ostatnich wartościach symptomów.

Podczas analiz przyjęto następujące oznaczenie modeli sieci neuronowych: $SN(x,m,N)$ przedstawia model o liczbie x neuronów w warstwie ukrytej, m – parametr opóźnienia zgodnie z rys. 3 (przyjęto m równe dla każdej miary), oraz N – liczba uwzględnionych symptomów.

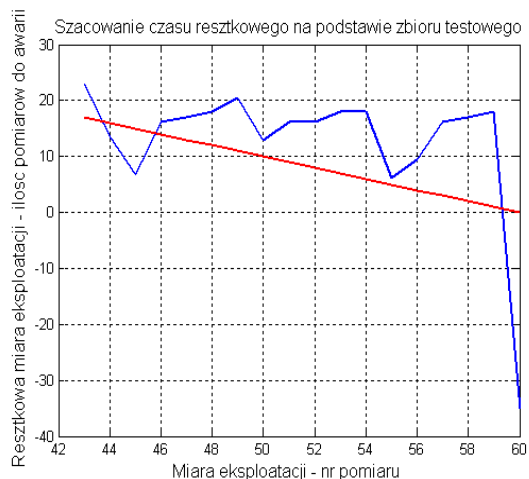
Kolejny rys. 7 prezentuje przykładowy wynik dla modelu $SN(15,3,6)$. Widać wyraźnie pogorszenie jakości prognozy. Przykład ten ilustruje jak metoda jest wrażliwa na właściwy dobór parametrów modelu. Stanowi to istotną niedogodność przedstawianej metody.

Kolejną niedogodnością jest istotna zależność otrzymywanych wyników od przyjętego błędu uczenia. Zbyt duży błąd dopuszczalny powoduje istotne błędy prognozy. Niestety podczas pracy sieci (a nie testowania jak w omawianych przypadkach)

nie ma możliwości porównania otrzymanych wyników z właściwymi i takiego ostatecznego doboru błędu uczenia aby oszacowania resztkowej miary eksploatacji były niewielkie.



Rys. 6. Uzyskane prognozy resztkowej miary eksploatacji w funkcji miary eksploatacji (model $SN(10,3,6)$), na tle prawdziwej, liniowej zależności



Rys. 7. Oszacowany, za pomocą modelu $SN(15,3,6)$, resztkowy czas do awarii w funkcji miary eksploatacji wraz z nałożoną prawdziwą zależnością w postaci funkcji liniowej

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Prognoza czasu resztkowego do awarii ma istotne znaczenie z punktu widzenia eksploatacji uwarunkowanej stanem technicznym, pozwalając na planowanie określonych zabiegów i optymalizację podejmowanych decyzji [1]. Przejście z prognozy jedno do wielosymptomowej wydaje się konieczne biorąc pod uwagę złożoność niektórych obiektów technicznych oraz wielość procesów zużycia, które mogą występować jednocześnie [9].

W pracy zaproponowano kilka możliwości rozwiązania problemu prognozy wielosymptomowej. Wartościowa wydaje się idea oparta o sieci neuronowe [5]. Przedstawione tutaj wyniki są obiecujące choć dopiero rozpoczęto fazę weryfikacji metody. Ogólnie wydaje się, że aby

metoda dawała się zastosować praktycznie, konieczny jest mechanizm starannego doboru miar sygnałów diagnostycznych i rozpatrywanie tylko tych dla, których występuje pewna tendencja rozwojowa. Istotną zaletą metody jest uzależnienie decyzji diagnostycznych od wartości wielu symptomów, a nie tylko jednego. Wydaje się więc, że jest to metoda pozwalająca na obiektywne i kompleksowe spojrzenie na obiekt diagnostyki. Dodatkowo w łatwy sposób można uwzględnić tutaj parametry sterowania.

LITERATURA

- [1] Batko W.: *Metody syntezy diagnoz predykcyjnych w diagnostyce technicznej*. Rozprawa habilitacyjna, AGH, Kraków 1984.
- [2] Kaźmierczak J.: *Zastosowanie liniowych modeli procesów losowych do prognozowania w diagnostyce maszyn*. Rozprawa habilitacyjna, Politechnika Śląska, Gliwice 1989.
- [3] Tylicki H.: *Optymalizacja procesu prognozowania stanu technicznego pojazdów mechanicznych*. Rozprawa habilitacyjna, ATR, Bydgoszcz 1998.
- [4] Cempel C., Bossak J., Żółtowski B.: *Proste modele prognozowania stanu maszyn*. Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, nr 3/1989, Kraków 1989.
- [5] Batko W., Gibiec M.: *Analiza przydatności sieci neuronowych w procesie prognozowania stanu maszyn*. III Krajowa Konferencja Naukowo-techniczna Diagnostyka Procesów Przemysłowych, Jurata 1998, s.325-330.
- [6] Tabaszewski M.: *Prognozowanie resztkowej miary eksploatacji młyna wentylatorowego z wykorzystaniem sieci neuronowych*. Diagnostyka, vol. 3/(39), Polskie Towarzystwo Diagnostyki Technicznej, Warszawa 2006, str. 149-154.
- [7] Wang Q., i inni: *Prognosis of machine health condition using neuro-fuzzy systems*. Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 18 (2004), 813-831.
- [8] Baranow S., Kurawski L.: *Acoustic Vibrations – modeling, optimisation and diagnostics*. Rozdz. 4. Russian Aviation Company, Moskwa 2006.
- [9] Korbicz J., i inni: *Diagnostyka Procesów – Modele, Metody sztucznej inteligencji*. Rozdz. 2, 9, 14 WNT Warszawa 2002.
- [10] Cempel C.: *Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn*. WNT, Warszawa 1982.
- [11] Cempel C.: *Multi-Symptom Condition Monitoring of a Critical Mechanical Systems to design Condition Inference Agent*. Intern. Journ. COMADEM, 2005, Vol. 8, No 2 pp. 5-10.
- [12] Cempel C.: *Implementing Multidimensional Inference Capability in Vibration Condition Monitoring*. Diagnostyka Vol. 34, 2005, pp. 7-14.
- [13] Cempel C.: *Condition Evolution of Machinery and its Assessment from Passive Diagnostic Experiment*. Mechanical Systems and Signal Processing No 5(4), 1991, str. 317-326.
- [14] Cempel C.: *Passive Diagnostic Experiment, Symptom Reliability and Their Applications in Vibration Condition Monitoring*. Zagadnienia eksploatacji maszyn, Zeszyt 2-3 (82-83), 1990.
- [15] Blanchard B.S., Fabrycky W.J.: *Systems Engineering and Analysis*. Prentice Hall, new Jersey, 1990.
- [16] Cempel C.: *Multi Dimensional Condition Monitoring of Mechanical Systems in Operation*. XIX Sympozjum Diagnostyka Maszyn, Węgierska Górka, 2002, s. 109-118.
- [17] Cempel C, Tabaszewski M. Krakowiak M.: *Metody Ekstrakcji Wielowymiarowej Informacji Diagnostycznej*, 2003, Węgierska Górka.
- [18] Kornacki J, Ćwik J.: *Statystyczne systemy uczące się*. WNT, Warszawa, 2005.
- [19] Therrien Ch.W.: *Decision Estimation and Classification*, Jon Wiley & Sons, New York, 1989.
- [20] Tadeusiewicz R.: *Sieci neuronowe*. AOW RM, Warszawa 1993.
- [21] Markowska-Kaczmar U., Kwaśnicka H.: *Sieci neuronowe w zastosowaniach*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2005.
- [22] Osowski S.: *Sieci neuronowe do przetwarzania informacji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.

Dr inż. **Maciej TABASZEWSKI** – informacja o autorze zamieszczona jest na stronie 18.

MONITOROWANIE STANU TECHNICZNEGO I WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH MASZYN PAPIERNICZYCH

Franciszek SORDYL, Igor SORDYL

VIBROEXPERT, ul. Miastkowska 51, 60-184 Poznań
fax: +48 (61) 868 41 35, e-mail: fspd@vibroexpert.com.pl

Streszczenie

Diagnostyka maszyn papierniczych, a szczególnie ich części prasowych, wymaga stosowania szczególnych metod. Wynika to przede wszystkim z faktu występowania złożonych poliharmonicznych wymuszeń dynamicznych obejmujących znaczny zakres częstotliwości. Różnice między częstotliwościami podstawowymi tych wymuszeń są małe. Występują również poliharmoniczne wymuszenia o małej wartości częstotliwości podstawowej (ok. 0.5 Hz).

W pracy przedstawiono przypadki: – identyfikacji własności dynamicznych części prasowej, – identyfikacji własności dynamicznych pompy próżniowej, – rozpoznania zmiennego niewyważenia wału prasowego spowodowanego przemieszczaniem się masy wewnątrz wału, – rozpoznania błędów przekroju poprzecznego potwierdzonych pomiarami bezpośrednimi, – rozpoznania wymuszeń dynamicznych wynikających z oddziaływań filcu.

Słowa kluczowe: diagnostyka, właściwości dynamiczne, maszyna papiernicza, symptom stanu technicznego.

MONITORING OF CONDITION AND DYNAMIC PROPERTIES OF PAPER MACHINES

Summary

Condition monitoring of paper machines, especially of their press parts, needs applying special methods. That is a result of complex poliharmonic dynamic excitations covering broadband frequency range. Differences between base frequencies of these excitations are small. One can observe poliharmonic excitations with very small base frequency (about 0.5 Hz).

The article presents case studies of: – identification of dynamic properties of the paper machine press part, – identification of dynamic properties of vacuum pump, – recognition of variable press roll unbalance caused by moving mass inside the roll, – recognition of the press roll cross-section circularity errors that were confirmed by direct measurements, – recognition of dynamic excitations caused by interactions between press rolls through the felt.

Keywords: condition monitoring, dynamic properties, paper machine, technical condition symptom.

1. WSTĘP

Maszyny papiernicze są maszynami o szczególnych cechach, które winny być uwzględnione w zastosowaniach metod diagnostyki technicznej do oceny stanu technicznego tych maszyn. Cechami tymi są:

- praca maszyny papierniczej ze stałą prędkością wybraną z szerokiego zakresu i zależną od wielu parametrów technologicznych,
- w poszczególnych sekcjach maszyn papierniczych pracuje duża liczba wałów o średnicach mających zbliżone wartości,
- wały prasowe maszyn papierniczych o różnych średnicach pracują z dociskiem przez filc o niejednorodnych własnościach mechanicznych co powoduje, że występują:
 - wymuszenia o charakterze poliharmonicznym o małych różnicach między ich częstotliwościami podstawowymi,

- intensywne oddziaływania filcu o charakterze poliharmonicznym z małą częstotliwością podstawową (ok. 0.5 Hz).

Cechy te utrudniają prowadzenie badań diagnostycznych oraz zabiegów dotyczących poprawy stanu technicznego – szczególnie wyważania wałów w łożyskach własnych.

Ze względu na tendencje zwiększania prędkości maszyn papierniczych – najczęściej przez modernizację napędów – własności dynamiczne konstrukcji maszyn są często bardzo istotną przyczyną występowania wzmocnionych odpowiedzi drganiowych na składowe harmoniczne wymuszeń o częstotliwościach zbliżonych do częstotliwości drgań własnych układu [3]. Głównymi źródłami wymuszeń dynamicznych są: niewyważenia i niewspółosiowości czopów wałów i cylindrów, oddziaływania między filcem i wałami prasowymi oraz oddziaływania wynikające z wad powierzchni współpracujących wałów. Jak wspomniano poprzednio, wymuszenia te mają charakter poliharmoniczny [2], przy czym amplitudy

składowych harmonicznych o wyższych częstotliwościach mają często duże wartości.

2. ZADANIA I PROBLEMY DIAGNOSTYKI MASZYN PAPIERNICZYCH

Do głównych zadań diagnostyki maszyny papierniczej należy ocena stopnia rozwoju:

- wad powierzchni wałów prasowych,
- uszkodzeń zespołów napędowych (przekładnie, wały Kardana, silniki),
- wad łożysk,
- niewspółosiowości czopów wałów i/lub ustawienia obudów łożysk,
- niewyważenia wałów,
- uszkodzeń maszyn pomocniczych.

W wielu podzespołach maszyn papierniczych (np. w częściach prasowych, sitowych) pracują wały o różnych średnicach (przy czym różnice te nie są duże). W związku z tym poliharmoniczne wymuszenia dynamiczne wynikające z oddziaływań tych wałów mają nieznacznie różne częstotliwości podstawowe. Kolejną istotną przyczyną wymuszeń dynamicznych jest przejście filcu (wraz z wstęgą papieru) między wałami prasowymi. Częstotliwość obiegu filcu, a zatem podstawowa częstotliwość wymuszeń generowanych przez filc wynosi ok. 0.5 Hz. Zatem rozpoznanie przyczyn wymuszeń dynamicznych, wiąże się z koniecznością zastosowania wysokorozdzielczych analiz widmowych (również w zakresie niskich częstotliwości). Rozdzielczość rzędu 0.01 Hz jest czasami niewystarczająca. Dotyczy to szczególnie konieczności rozróżnienia kolejnych składowych harmonicznych wymuszeń generowanych przez wały prasowe i filc.

Zadania diagnostyki maszyn papierniczych mogą być realizowane w oparciu o analizy wyników pomiarów drgań wykonywanych za pomocą przyrządów przenośnych pozwalających na prowadzenie zaawansowanych technik pomiarowych (długi okres rejestracji sygnałów, pomiary wielokanałowe). System pomiarowy powinien zawierać oprogramowanie umożliwiające prowadzenie zaawansowanej analizy sygnałów (m. in. wysoką rozdzielczość).

Dotychczas nie zostały opracowane systemy monitorowania ciągłego z uwzględnieniem cech szczególnych maszyn papierniczych (szczególnie sekcji prasowych). Wiele przyrządów przeznaczonych do realizacji pomiarów drgań ma wbudowane filtry ograniczające zakres częstotliwości szerokopasmowych pomiarów prędkości drgań do $10 \div 1000$ Hz (zgodnie z wytycznymi nieobowiązującej normy ISO 2372) i zdarza się, że filtrów tych nie można wyłączyć. Niewiele przyrządów zapewnia rozdzielczość analiz widmowych wystarczającą do zastosowań w diagnostyce maszyn papierniczych.

Istotnym zagadnieniem w ocenie stanu technicznego części prasowych maszyn papierniczych jest ocena wartości wymuszeń

dynamicznych wynikających z oddziaływań między wałami prasowymi. Oddziaływania te mają znaczący wpływ na stan powierzchni wałów prasowych, od którego zależy trwałość powłoki wałów prasowych i jakość produkowanego papieru.

Ocena stanu technicznego maszyn papierniczych prowadzona wyłącznie na podstawie analizy szerokopasmowych wartości skutecznych zmierzonych sygnałów drganiowych oraz wartości odpowiedzi drganiowych na działające wymuszenia dynamiczne często nie jest wystarczająca. Wynika to z faktu, że niski poziom drgań oraz małe wartości odpowiedzi drganiowych nie zawsze mogą być utożsamiane z małymi wartościami działających wymuszeń dynamicznych. Szczególnie w przypadku konstrukcji charakteryzujących się znaczną sztywnością dynamiczną, mierzone są małe wartości odpowiedzi drganiowych nawet na wymuszenia dynamiczne o znacznych wartościach. W takich przypadkach bardzo ważną jest analiza porównawcza prowadzona na podstawie szczegółowych analiz drgań oraz określenie indywidualnych wartości granicznych dla drganiowych objawów poszczególnych uszkodzeń, tzw. szczegółowych symptomów stanu technicznego.

Podczas realizacji zadań diagnostyki technicznej pomiary drgań prowadzone są przy różnych prędkościach maszyny papierniczej. Fakt ten musi być brany pod uwagę przy ocenie wyników pomiarów. Zdarza się bowiem, że w pewnych zakresach prędkości mogą występować wzmocnienia rezonansowe odpowiedzi drganiowych na wymuszenia dynamiczne. W takich przypadkach należy bądź unikać pracy maszyny w tych zakresach prędkości, bądź doprowadzić do zmiany własności dynamicznych przez modernizację konstrukcji w oparciu o identyfikację jej własności dynamicznych za pomocą testu dynamicznego i obliczeń (np. za pomocą metody elementów skończonych).

3. PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ METOD DIAGNOSTYKI

3.1. Własności dynamiczne – wzmocnienia rezonansowe odpowiedzi drganiowych

Podczas diagnostycznej oceny stanu technicznego maszyn prowadzonej na podstawie obserwacji zachowań dynamicznych obiektów należy brać pod uwagę fakt, że obserwowane zjawiska są zdeterminowane przez:

- obciążenia występujące podczas eksploatacji,
- własności dynamiczne obserwowanego obiektu,
- wpływ czynników zewnętrznych o różnej naturze.

W przypadku, gdy można z określoną dokładnością przyjąć, że model liniowy wystarczająco dokładnie opisuje obserwowany obiekt, zależność opisująca związek między wartością odpowiedzi drganiowej w punkcie i ($i=1, \dots, m$; m – liczba punktów pomiarowych) - $x_i(t)$ -

a wartością składowej wektora wymuszeń w punkcie j ($j=1, \dots, n$; n – liczba punktów, w których występują oddziaływania dynamiczne) – $F_j(t)$ – i własnościami dynamicznymi $h_{ij}(t)$ oraz zakłóceniami zewnętrznymi $N_i(t)$ ma postać [4]:

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n h_{ij}(t) * F_j(t) + N_i(t)$$

W przypadku, gdy działa wiele wymuszeń w różnych miejscach, bez pełnej identyfikacji własności dynamicznych¹⁾ nie ma możliwości oceny intensywności tych oddziaływań.

Własności dynamiczne opisane np. przez macierz odpowiedzi częstotliwościowych $H_{ij}(\omega)$ mogą być określone w wyniku procesu identyfikacji własności dynamicznych prowadzonego w ramach testów dynamicznych.

W praktyce stosowane są testy dynamiczne [1]:

- z wymuszeniem zewnętrznym,
- realizowane podczas postoju urządzenia z wykorzystaniem wzbudników drgań, wibratorów, młotków pomiarowych z pomiarem wartości sił wymuszających,
- realizowane podczas eksploatacji urządzenia bez możliwości identyfikacji wartości wymuszeń [5].

Poniżej przedstawiono przykłady identyfikacji własności dynamicznych.

3.1.1. Identyfikacja własności dynamicznych części prasowej maszyny papierniczej

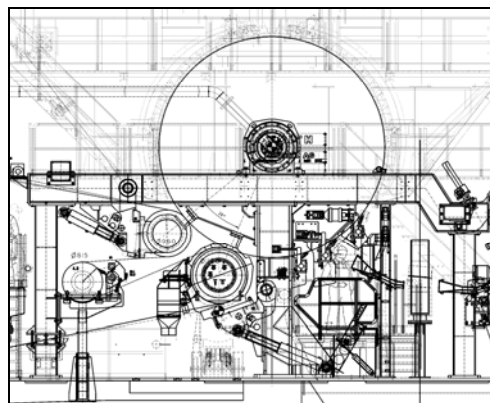
Często zdarza się obserwować różnice wartości drganiowej odpowiedzi na wymuszenia (wynikające np. z niewyważenia wałów) podczas kolejnych realizacji pomiarów diagnostycznych realizowanych przy różnych prędkościach maszyny papierniczej. Może to wynikać bądź ze zmiany wartości wymuszeń, bądź z występowania rezonansowych wzmocnień odpowiedzi drganiowej na wymuszenia dynamiczne. Stąd, w celu rozpoznania przyczyn tych zmian, bardzo ważne jest monitorowanie własności dynamicznych podzespołów maszyn papierniczych w ramach prowadzonego monitorowania stanu technicznego.

Na rys. 1 przedstawiono schemat części prasowej maszyny papierniczej typu tissue, przeznaczonej do produkcji półsurowca wykorzystywanego do produkcji m. in. papieru toaletowego, ręczników papierowych, chusteczek higienicznych, itp.

Część prasowa zawiera następujące podzespoły zamocowane do ramy ustawionej na fundamencie:

- **cyliner suszący** przeznaczony do suszenia wstęgi papieru,
- **wał lub wały prasowe** przeznaczone do odwadniania mokrej wstęgi papieru:
 - **wał prasowy I** (ssący) – o złożonej konstrukcji wewnętrznej (skrzynia ssąca),

- w niektórych przypadkach stosowany jest dodatkowo **wał prasowy II**.



Rys. 1. Część prasowa maszyny papierniczej

Estymacja własności dynamicznych części prasowej maszyny papierniczej może być przeprowadzona z wykorzystaniem wyłącznie wymuszeń eksploatacyjnych. Testy dynamiczne z wykorzystaniem wymuszeń zewnętrznych nie pozwalają na estymację własności dynamicznych odpowiadających warunkom eksploatacji ze względu na różną konfigurację maszyny podczas ruchu i podczas postoju. Podczas postoju nie jest możliwa realizacja docisków i warunków termicznych odpowiadających warunkom pracy maszyny. W przypadku odstawienia wałów prasowych od cylindra i realizacji testu dynamicznego podczas postoju maszyny w wynikach pomiarów odpowiedzi drganiowej pojawiają się m. in. skutki luzów w mocowaniu wałów prasowych. W takich przypadkach zastosowanie metod liniowych nie daje wystarczająco dokładnego odwzorowania rzeczywistych własności dynamicznych badanej struktury.

W celu estymacji charakterystyk dynamicznych pomiary drgań były realizowane za pomocą wspomaganego komputerowo wielokanałowego analizatora sygnałów **WaveBook 516** firmy **IOtech (USA)**. Analizator ten wyposażony był w:

- 16-bitowy przetwornik analogowo-cyfrowy ze sterowaną programowo częstotliwością próbkowania do 1 MHz,
- dwa zestawy analogowych wzmacniaczy pomiarowych,
- sterowane programowo ośmiobiegunowe filtry antyaliasingowe Butterwortha,
- układy pamiętająco-próbkujące.

Do analizy zarejestrowanych sygnałów wykorzystywany był program **MCA (Multi-Channel Analyzer)**²⁾.

Ze względu na konieczność uzyskania wysokiej rozdzielczości widmowej pomiary były realizowane przy stałej prędkości maszyny. Po zarejestrowaniu sygnałów drganiowych prędkość maszyny była zmieniana i następowała kolejna rejestracja sygnałów

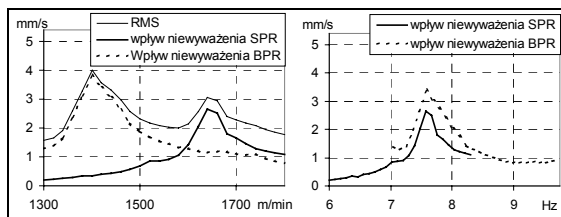
¹⁾ Przez pełną identyfikację własności dynamicznych rozumie się wyznaczenie wszystkich wyrazów macierzy odpowiedzi częstotliwościowych układu.

²⁾ Autorem programu jest dr inż. Franciszek Sordyl.

drganiowych. W ramach analizy wyników pomiarów separowano poszczególne składowe harmoniczne odpowiedzi drganiowych i przedstawiano je w postaci wykresów w funkcji prędkości maszyny oraz w funkcji częstotliwości każdej z tych składowych przypisanej do określonego rodzaju wymuszenia (np. niewyważenie wałów prasowych). Estymacja charakterystyk dynamicznych jest w takim przypadku obciążona nieokreślonymi błędami. Nie jest bowiem znana zależność wartości poszczególnych składowych harmonicznych wymuszeń dynamicznych od aktualnej prędkości maszyny.

Na rys. 2 przedstawiono przykład zmian wartości amplitud składowych harmonicznych o częstotliwościach obrotów wałów prasowych w zakresie częstotliwości obejmującym założony zakres prędkości maszyny jak i względem prędkości maszyny jak i względem częstotliwości obrotów tych wałów. Składowe te z dużym prawdopodobieństwem ilustrują wpływ niewyważenia wałów na poziom drgań, lecz również:

- wpływ niewspółosiowości czopów wału,
- wpływ niedokładności powierzchni wałów prasowych wynikających m. in. z błędów kołowości przekroju poprzecznego, lub z uszkodzeń tych powierzchni.



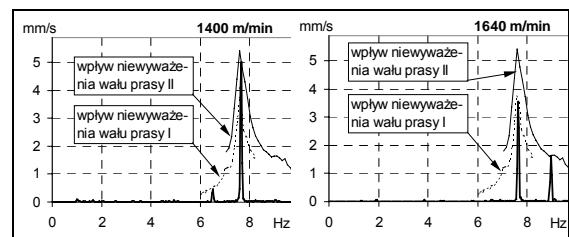
Rys. 2. Wpływ niewyważenia wałów prasowych na poziom drgań obudów łożysk cylindra suszącego w funkcji prędkości maszyny oraz częstotliwości obrotów wałów

W przypadku zmian wartości skutecznej prędkości drgań (RMS) w funkcji prędkości maszyny (rysunek po lewej stronie) wykres sugeruje występowanie dwóch częstotliwości drgań własnych w zakresie prędkości maszyny. Przedstawienie tej zależności w funkcji częstotliwości obrotów wałów prasowych wskazuje, że chodzi o tę samą częstotliwość drgań własnych układu, którą częstotliwości obrotów wałów osiągają przy różnych prędkościach maszyny papierniczej.

Zatem z pewnym przybliżeniem wykres po prawej stronie rys. 2 można traktować jako reprezentatywną charakterystykę amplitudową układu. Przebieg obu krzywych wskazuje, że w przedstawionym zakresie częstotliwości występuje jedna postać drgań własnych wymuszana przez niewyważenie wałów prasowych. Nie oznacza to oczywiście, że nie ma innych postaci drgań własnych w pokazanym zakresie prędkości maszyny, ponieważ przy estymacji tej charakterystyki uwzględniano

tylko składowe harmoniczne wymuszeń o częstotliwościach obrotów wałów prasowych.

Rys. 3 przedstawia ilustrację wzmocnień rezonansowych odpowiedzi drganiowej na wymuszenia wynikające z niewyważenia wałów prasowych maszyny papierniczej w funkcji częstotliwości obrotów wałów. Stopień wzmocnienia odpowiedzi drganiowej był znaczny. Na podstawie uzyskanych wyników przeprowadzono estymację wartości stopnia wzmocnienia odpowiedzi drganiowej. Wynosiła ona ~ 26 . Warto zauważyć, że szerokość pasma wzmocnień rezonansowych jest mała i wynosi ok. 1 Hz.



Rys. 3. Przykład wzmocnień rezonansowych odpowiedzi drganiowej na wymuszenia wynikające z niewyważenia wałów prasowych

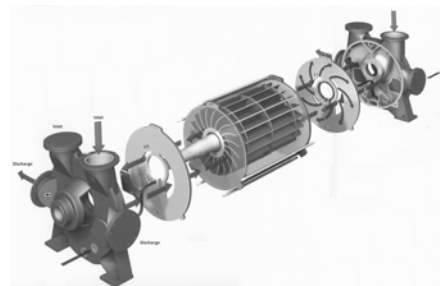
Uniknięcie wysokiego poziomu drgań jest w takim przypadku możliwe przez:

- eliminację zakresów prędkości maszyny, w których zachodzą wzmocnienia rezonansowe,
- wyważenie wałów prasowych w klasie dokładniejszej niż zalecana przez producenta w dokumentacji technicznej maszyny papierniczej w celu obniżenia intensywności wymuszeń dynamicznych,
- modernizację konstrukcji części prasowej warunkującej pożądane zmiany własności dynamicznych.

3.1.2. Zjawiska rezonansowe obserwowane na korpusach pomp próżniowych

Konieczność oceny własności dynamicznych zespołu pompy próżniowej pojawiła się po stwierdzeniu znaczących zmian poziomu drgań korpusu pompy w zależności od prędkości obrotowej wirnika.

Wydatek pompy regulowano za pomocą zmiany częstotliwości prądu zasilającego silnik.

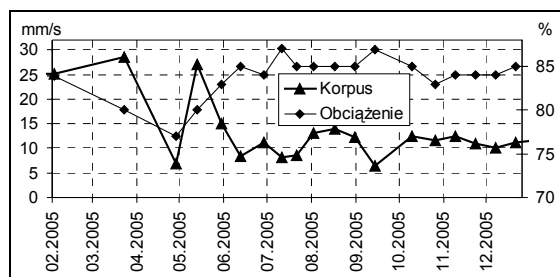


Rys. 4. Poglądowy rysunek pompy próżniowej stosowanej w przemyśle papierniczym

Poglądowy rysunek dwustrumieniowej pompy próżniowej stosowanej w przemyśle papierniczym został przedstawiony na rys. 4. Uszczelnienie pompy stanowi pierścień wodny wirujący wraz z wirnikiem. Regulacja grubości tego pierścienia musi uwzględniać wydatek wody odsysanej wraz z powietrzem.

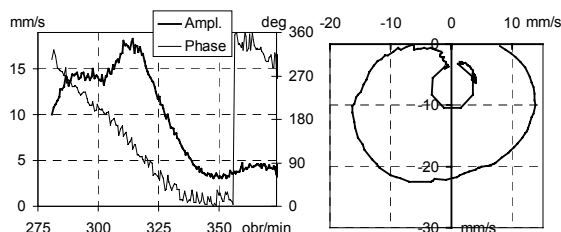
Rys. 5 przedstawia wykres zmian poziomu drgań poprzecznych korpusu pompy próżniowej wraz z naniesionymi wartościami obciążenia proporcjonalnymi do prędkości obrotowej wirnika pompy. W pewnych przypadkach szerokopasmowa wartość skuteczna prędkości drgań sięgała nawet 30 mm/s. Zależność między poziomem drgań i prędkością pompy sugerowała możliwość występowania wzmocnień rezonansowych odpowiedzi drganiowej na wymuszenia wynikające z oddziaływań między łopatkami wirnika pompy i pierścieniem wodnym.

Przeprowadzony test dynamiczny wykazał, że drganiowa odpowiedź korpusu pompy na wymuszenia o częstotliwości równej podwójnej częstotliwości „łopatkowej” jest wzmacniana rezonansowo przy pewnych zakresach obciążenia.



Rys. 5. Trend zmian poziomu drgań korpusu pompy próżniowej o zmiennych obciążeniach

Wynik testu dynamicznego w postaci zmian wartości amplitudy i kąta fazowego składowej harmonicznej o częstotliwości równej podwójnej częstotliwości „łopatkowej” w funkcji prędkości obrotowej wirnika pompy przedstawia rys. 6. W zakresie stosowanych prędkości pompy próżniowej występują trzy częstotliwości drgań własnych.



Rys. 6. Wynik pomiarów stanowiący dane wyjściowe do estymacji charakterystyki amplitudowej i fazowej korpusu pompy próżniowej

Następstwem przeprowadzonego testu dynamicznego było zalecenie, by podczas eksploatacji pompy unikano zakresów prędkości,

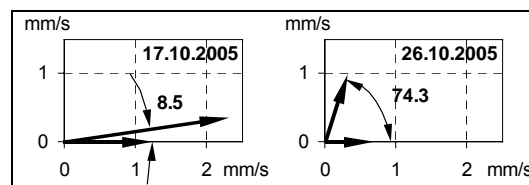
w których mają miejsce wzmocnienia rezonansowe odpowiedzi drganiowej na wymuszenia wynikające z oddziaływań między łopatkami wirnika i pierścieniem wodnym.

3.2. Zmiany obrazu drganiowego niewyważenia wału

Zmiana obrazu drganiowego oddziaływań o częstotliwości obrotów wału może być wynikiem zmian niewyważenia. Poniżej pokazano rozpoznanie przyczyn zmian obrazu drganiowego wymuszeń wynikających z niewyważenia wału.

Podczas kolejnych pomiarów drgań obudów łożysk wału obserwowano różne (mniejsze oraz większe) wartości składowych harmonicznych o częstotliwości obrotów wału. Stwierdzono, że zmiany objawów niewyważenia występowały po dłuższych postojach maszyny (np. podczas wymiany odzieży).

W oparciu o wyniki zmian wartości i różnicy kąta fazowego między drganiowymi obrazami niewyważenia obserwowanymi w sygnałach drganiowych mierzonych równocześnie na obudowach obu łożysk wału (p. rys. 7) stwierdzono, że zmiany objawów niewyważenia mogły być wynikiem zmiany położenia masy wewnątrz wału.



Rys. 7. Porównanie wzajemnych położenia wektorów ilustrujących niewyważenie wału prasowego (zaznaczono kąt między wektorami)

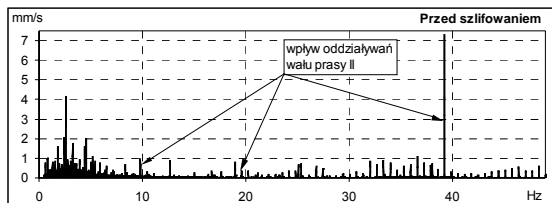
Różnice kąta fazowego między drganiowymi objawami niewyważenia wału obserwowanymi na obu obudowach łożysk wału wyznaczone były na podstawie wyników analiz widmowych wzajemnych. Procedura wymagała zastosowania wysokorozdzielczych analiz pozwalających na rozróżnienie składowych harmonicznych odpowiedzi drganiowej o bliskich sobie częstotliwościach. Ze względu na stacjonarność sygnałów drganiowych było to możliwe. Bezpośredni pomiar kątów fazowych między drganiowymi symptomami niewyważenia z wykorzystaniem sygnału położenia wału był niemożliwy.

Dzięki informacji o ruchomej masie wewnątrz wału, podczas jego okresowej naprawy usunięto z przestrzeni wewnętrznej masę o konsystencji błota.

3.3. Błędy przekroju wału

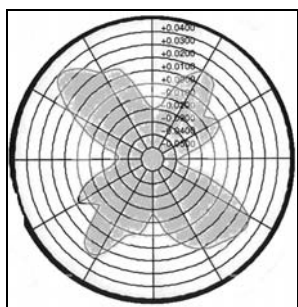
Podczas eksploatacji wałów prasowych możliwy jest rozwój wad przekroju poprzecznego i wad powierzchni wałów. Skutkiem tych błędów może być zerwanie powłoki wałów i uszkodzenie filcu, a także uszkodzenie wałów prasowych i innych podzespołów maszyny.

Na rys. 8 przedstawiono widmo prędkości drgań obudowy łożyska wału prasowego, wykonane przed szlifowaniem wału, identyfikujący rozwój wad przekroju poprzecznego i/lub wad powierzchni wału prasowego. Analiza ta została wykonana z rozdzielczością nieco mniejszą niż 0.01 Hz.



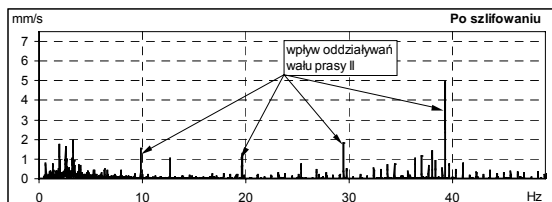
Rys. 8. Widmo prędkości drgań obudowy łożyska wału prasowego wykonane przed szlifowaniem wału

Ponieważ stwierdzony poziom drgań wskazywał, że dalsza eksploatacja wału może stanowić zagrożenie, skierowano wał do szlifowania powierzchni. Wynik pomiarów kształtu przekroju poprzecznego wału (pokazany na rys. 9) potwierdził diagnozę postawioną na podstawie wyników analizy drgań. Maksymalne odchyłki od teoretycznego kształtu przekroju zawierały się w przedziale ($-0.04 \div 0.04$ mm).



Rys. 9. Błędy przekroju wału prasowego zmierzone przed szlifowaniem

Po szlifowaniu wału błędy kształtu były znacznie mniejsze i zawierały się w przedziale ($-0.002 \div 0.002$ mm). Jednak postać błędów pozostała podobna, na co wskazywało prędkości drgań (p. rys. 10) wykonane po szlifowaniu wału.



Rys. 10. Widmo prędkości drgań obudowy łożyska wału prasowego wykonane po szlifowaniu wału

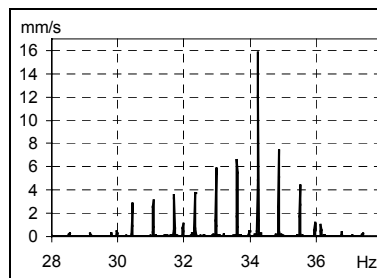
Oznaczało to, że szlifowanie nie spełniło wymagań dotyczących dokładności powierzchni. Drgania wymuszone w wyniku błędów kształtu przekroju miały w dalszym ciągu wysoki poziom i nie rokowały bezpiecznej eksploatacji wału. Po

przeprowadzonej kontroli wał został skierowany do ponownego szlifowania. W efekcie uzyskano poprawny stan drganiowy, który zapewnił dłuższy okres bezpiecznej eksploatacji wału prasowego.

3.4. Wymuszenia dynamiczne generowane przez filc

Istotnym źródłem wymuszeń konstrukcji części prasowej maszyn papierniczych jest filc przebiegający między wałami prasowymi lub między wałami prasowymi a cylindrem suszącym. Fragment widma prędkości drgań obudowy jednego z łożysk wałów prasowych ilustrujący ciąg składowych harmonicznymi odpowiedzi drganiowej na wymuszenia filcu przedstawia rys. 11. Uzasadnione jest podejrzenie, że w przedstawionym zakresie częstotliwości występowało wzmocnienie rezonansowe odpowiedzi drganiowej.

Wymuszenia dynamiczne powodowane przez filc wynikają z wad powstałych podczas produkcji, pakowania, transportu i przechowywania filcu, oraz wad powstających podczas jego eksploatacji (zużycie, zanieczyszczenia). Stwierdzono duże rozbieżności między poszczególnymi egzemplarzami filcu wyprodukowanego przez tego samego producenta, jak i między egzemplarzami filcu wykonanymi przez różnych producentów.



Rys. 11. Fragment widma prędkości drgań obudowy łożyska wału prasowego

Dzięki informacjom uzyskanych z analiz wyników pomiarów drgań oraz oceny właściwości technologicznych można wybrać rodzaj filcu i jego dostawcę, by zapewnić możliwie małe wartości wymuszeń dynamicznych i najlepsze warunki technologiczne.

Często wysoki poziom drgań obudów łożysk jednego z wałów prasowych i brak precyzyjnych informacji o źródłach wymuszeń skłania do przeprowadzenia wymiany tego wału. Wysokorozdzielcze analizy widmowe realizowane podczas monitorowania stanu technicznego części prasowych maszyn papierniczych pozwoliły na ukierunkowanie działań zmierzających do uniknięcia wysokiego poziomu drgań. W wielu przypadkach wykazywano, że przyczyną wysokiego poziomu drgań obudów łożysk określonego wału były wymuszenia wynikające z oddziaływań innego wału lub filcu. Zdarzały się również przypadki wysokiego poziomu drgań wynikającego z rozwijających się błędów powierzchni wałów prasowych. Drganiowymi objawami tych błędów były składowe

harmoniczne o częstotliwościach niewiele różniących się od częstotliwości składowych będących drganiowym obrazem oddziaływań filcu i będących wielokrotnościami częstotliwości obrotów wałów. Dzięki zastosowaniu wysokorozdzielczej analizy widmowej można było podjąć działania skutecznie eliminujące najważniejsze przyczyny wymuszeń dynamicznych.

4. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono problemy dotyczące zastosowań metod diagnostycznych w przemyśle papierniczym oraz wybrane przykłady identyfikacji zagrożeń stanu technicznego podzespołów maszyn papierniczych. Pokazano konieczność prowadzenia wysokorozdzielczych analiz widmowych pozwalających na rozpoznanie źródeł zagrożeń dynamicznych.

Zastosowanie wysokorozdzielczych analiz widmowych i metod filtracji odpowiedzi drganiowych pozwala na jednoznaczne przypisanie źródeł wymuszeń dynamicznych do odpowiedniej postaci odfiltrowanej odpowiedzi drganiowej stanowiącej podstawy do budowy szczegółowych diagnostycznych symptomów stanu technicznego.

Istotnym efektem prowadzenia systematycznego monitorowania stanu technicznego w przemyśle papierniczym jest poprawa jakości usług serwisowych m. in. dzięki informacji o rozwoju uszkodzeń przekazywanej do zakładów prowadzących obsługę serwisową określonych podzespołów.

5. LITERATURA

- [1] Ewins D. J.: *Modal Testing. Theory and Practice*, John Wiley & Sons Inc, New York, 1984, pp. 99-104
- [2] Osiński Z.: *Teoria drgań*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1980, s. 34.
- [3] Sordyl F., Sordyl I.: *Identyfikacja własności dynamicznych obiektów realizowana w ramach diagnostyki technicznej*. Diagnostyka, vol. 23, 2000, s. 69-73.
- [4] Uhl T.: *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997, s. 117-125.
- [5] Uhl T., Lisowski W.: *Eksploatacyjna analiza modalna*. Wydawnictwo Katedry Dynamiki Maszyn i Robotyki, 1999, AGH w Krakowie.



Franciszek SORDYL



Igor SORDYL

Autorzy realizują zadania diagnostyki technicznej oraz wykonują ekspertyzy stanu technicznego i dynamicznego w wielu gałęziach przemysłu, np. takich jak energetyczny, górniczy, chemiczny, papierniczy, spożywczy. Na podstawie wyników synchronicznych pomiarów drgań i sygnałów procesowych oraz specjalistycznych analiz statystycznych wyznaczone są szczegółowe diagnostyczne symptomy uszkodzeń oraz wartości graniczne tych symptomów. Do celów estymacji własności dynamicznych maszyn stosowane są wielokanałowe, synchroniczne pomiary odpowiedzi drganiowych z wykorzystaniem zarówno wymuszeń zewnętrznych, jak i obciążeń eksploatacyjnych.

CHARAKTERYSTYKI DYNAMICZNE UKŁADU HYDRAULICZNEGO JAKO NOŚNIK INFORMACJI DIAGNOSTYCZNEJ O STANIE NIEZDATNOŚCI JEGO ELEMENTÓW

Arkadiusz RYCHLIK

Katedra Budowy, Eksploatacji Pojazdów i Maszyn, Wydział Nauk Technicznych, UWM w Olsztynie,
ul. Oczipowskiego 11, 10-719 Olsztyn, e-mail: rychter@uwm.edu.pl

Streszczenie

W pracy zaproponowano metodę identyfikacji stanu technicznego układu hydraulicznego na podstawie analizy charakterystyk dynamicznych pozyskanych w kanale tłocznym pompy oleju. Jako uogólniony parametr stanu technicznego badanego układu hydraulicznego przyjęto zmianę: ciśnień i jego amplitud zarejestrowanych podczas ruchów roboczych układu, czasu ruchu roboczego tłoczyska siłownika oraz temperatury czynnika roboczego.

Słowa kluczowe: układ hydrauliczny, charakterystyka dynamiczna, identyfikacja uszkodzeń.

DYNAMIC CHARACTERISTICS OF HYDRAULIC SYSTEM AS DIAGNOSTIC KNOWLEDGE ON NON-OPERATIONAL STATE OF ITS ELEMENTS

Summary

The method of identification of the technical state of the hydraulic system on the base of the analysis of dynamic characteristics acquired in the pumping conduit of the oil pump was presented in the paper. As a generalized parameter of the technical state of the investigated hydraulic system there was assumed the change of: pressures and their amplitudes recorded during activity of the system, activity time of the piston rod of the hydraulic cylinder, temperature of the working fluid.

Keywords: hydraulic system, dynamic characteristic, damage identification.

1. WPROWADZENIE

Układy hydrauliczne są powszechnie wykorzystywane w maszynach roboczych wszędzie tam, gdzie niezbędne jest przemieszczanie ciężkich ładunków lub uzyskanie dużej siły użytecznej. Nawet z pozoru drobne uszkodzenie jakim jest wyciek zewnętrzny czy zapowietrzenie się układu, niezidentyfikowane w odpowiednim czasie, może doprowadzić do nieodwracalnych uszkodzeń elementów układu hydraulicznego, zatrzymania procesu roboczego czy zanieczyszczenia środowiska naturalnego.

W ostatnich latach obserwuje się wzrost zainteresowania na metody i środki diagnostyczne służące do identyfikacji stanu niezdatności układów hydraulicznych. Jest to spowodowane zapotrzebowaniem na coraz to bardziej sprawne, wydajniejsze i bezpieczne układy hydrauliczne. Rozwój tego typu układów nie pociągnął za sobą tak dynamicznego rozwoju nowych metod diagnostycznych umożliwiających identyfikację ich stanu technicznego.

Układy hydrauliczne charakteryzują się dużą wrażliwością na przecieki zarówno wewnętrzne występujące w elementach układu jak i wycieki zewnętrzne z układu. Jest to szczególnie widoczne na charakterystykach dynamicznych ilustrujących

dynamiczne zmiany ciśnienia w punktach charakterystycznych układu [3, 5].

W literaturze problemu można odnaleźć wiele prób identyfikacji stanu technicznego układu hydraulicznego na podstawie zmiany ciśnienia oleju w układzie. W pracy [1] przedstawiono metodę identyfikacji stanu technicznego układu hydraulicznego składającego się z pompy oleju i silnika hydraulicznego. Jako uogólniony parametr stanu technicznego tego układu zaproponowano zmianę ciśnienia oleju w kanale tłocznym pompy i zmianę prędkości kątowej wałka silnika hydraulicznego. Na podstawie takiego modelu zaproponowano identyfikacje stanu technicznego pompy, silnika hydraulicznego i szczelności układu.

Zmiana ciśnienia w kanale tłoczny pompy i prędkości przemieszczania się tłoczyska siłownika w układzie jako parametr diagnostyczny, zaproponowano w pracy [2]. Zdaniem autorów na podstawie tych cech sygnału diagnostycznego można identyfikować takie stany niezdatności jak: wyciek zewnętrzny, przeciek wewnętrzny, spadek sprawności pompy, przeciążenie mechanizmów układu itd..

Złożoność układów, powszechność występowania jak i wysokie ciśnienia występujące we współczesnych układach hydraulicznych,

wymusza konieczność identyfikacji wiedzy diagnostycznej na potrzeby automatycznych systemów diagnostycznych, które umożliwiałyby identyfikację stanu niezdatności oraz lokalizację uszkodzenia na podstawie analizy zmiany ciśnienia w układzie hydraulicznym maszyn roboczych.

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE UKŁADU HYDRAULICZNEGO

Prowadzenie badań eksperymentalnych na obiekcie rzeczywistym podczas jego funkcjonowania, ze względu na duże nakłady, brak możliwości ingerencji w układ hydrauliczny (podczas jego użytkowania) oraz ograniczony zbiór stanów niezdatności które można zaprogramować w eksperymencie biernym, powoduje konieczność budowy stanowisk laboratoryjnych odwzorowujących rzeczywisty proces ich funkcjonowania.

Na potrzeby pozyskania charakterystyk dynamicznych typowych układów hydraulicznych w kontekście stanu niezdatności, przygotowano laboratoryjne stanowisko układu hydraulicznego składającego się z: pompy zębatej, rozdzielacza, zaworu zwrotnego i siłownika hydraulicznego jednostronnego działania.

Schemat funkcjonalny laboratoryjnego stanowiska przedstawiono na rys. 1. W położeniu neutralnym dźwigni rozdzielacza (2) i zamkniętym jego zaworze bezpieczeństwa, olej tłoczony przez pompę (1) przepływa przez filtr (5) do zbiornika (9). Przerobienie dźwigni rozdzielacza z położenia neutralnego w położenie – „podnoszenie” powoduje przepływ oleju przez rozdzielacz, zawór zwrotny rozdzielacza i dławik (8) do siłownika (3), którego tłoczek jest obciążony siłą Q , a wysokość podnoszenia tłoczyska siłownika określana jest poprzez czujnik przemieszczenia (12).

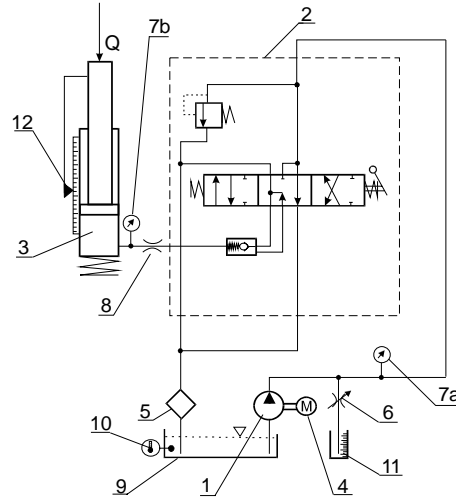
Układ hydrauliczny napełniono olejem hydraulicznym HL 46, badania realizowano gdy temperatura oleju wahała się w granicach $35 \div 45^\circ\text{C}$, a tłoczek siłownika obciążono siłą $Q=5960\text{ N}$ i podnoszono na wysokość $L=600\text{ mm}$.

Wycieki zewnętrzne z układu realizowano poprzez kontrolowane upuszczanie czynnika roboczego poprzez zawór (6) do naczynia pomiarowego (11) na odcinku pomiędzy pompą (1), a rozdzielaczem (2). Wyciek zewnętrzny (W_j) zdefiniowano jako: objętość wycieku zewnętrznego oleju z układu w czasie którego, cały wydatek pompy kierowany był do zbiornika (9) z pominięciem odbiorników (pozycja neutralna rozdzielacza).

Badania przeprowadzono metodą eksperymentu czynnego, w którym jako uogólniony parametr stanu układu hydraulicznego przyjęto: wyciek zewnętrzny oleju z układu (odwzorowujący uszkodzenie lub zużycie pompy hydraulicznej), błędy montażowe (dławik) oraz uszkodzenie

zaworu zwrotnego, także sekcji rozdzielacza i jego zaworu bezpieczeństwa.

Podczas badań rejestrowano zmiany ciśnienia (charakterystyki dynamiczne) w kanale tłocznym pompy na podstawie którego określano czas trwania ruchu roboczego (podnoszenie wózka obciążającego tłoczek) oraz zmianę temperatury oleju hydraulicznego.



Rys. 1. Schemat funkcjonalny laboratoryjnego stanowiska do badań układu hydraulicznego wraz z czujnikami pomiarowymi. 1 – pompa oleju, 2 – rozdzielacz hydrauliczny, 3 – siłownik hydrauliczny, 4 – silnik elektryczny, 5 – filtr oleju, 6 – zawór do realizacji wycieków zewnętrznych, 7a, 7b – czujniki ciśnienia oleju w układzie, 8 – dławik, 9 – zbiornik oleju, 10 – czujnik temperatury czynnika roboczego, 11 – naczynie pomiarowe wartości wycieków zewnętrznych z układu, 12 – czujnik liniowy przemieszczenia tłoczyska siłownika, Q – siła obciążająca tłoczek siłownika

W celu identyfikacji parametrów sygnałów diagnostycznych w postaci zmian ciśnień w rozpatrywanych punktach układu hydraulicznego, przeprowadzono 11 różnych wariantów pomiarów zaś liczbę powtórzeń ustalono na 10. Warianty pomiarów zestawiono w tabeli 1.

Jako wzorzec charakteryzujący nominalny stan zdatności badanego układu, przyjęto wariant 1, dla wycieku zewnętrznego ($W_j=0\text{ dm}^3/\text{min}$) i zastosowaniu w układzie dławika o średnicy otworu przelotowego $\varnothing 2,5\text{ mm}$. Rozdzielacz i jego elementy (zawór bezpieczeństwa ($p_{zb}=15\text{ MPa}$), zawór zwrotny, suwak rozdzielacza) były w stanie zdatności, wyregulowane wg danych fabrycznych.

Do rejestracji i archiwizacji badań wykorzystano analizator diagnostyczny KSD-400, z którym współpracował komputer typu „notebook” wraz z multipleksowaną szesnastowiejsiową kartą przetwornika analogowo-cyfrowego w standardzie PCMCIA, DAQCard™ 6024E firmy National Instruments.

Tabela 1. Warianty pomiarów zmian ciśnień (charakterystyk dynamicznych) układu hydraulicznego

Wariant pomiarów	Realizowane stany
Wariant 1	Elementy układu w stanie zdatności
Wariant 2	Układ z uszkodzonym grzybkim zaworu zwrotnego rozdzielacza, (grzybek o zużyciu ściernym rysa o wymiarach 0,25x0,4 mm głębokość x szerokość)
Wariant 3	Układ z uszkodzonym grzybkim zaworu zwrotnego rozdzielacza, (grzybek o zużyciu ściernym – rysa o wymiarach 0,4x0,4 mm głębokość x szerokość)
Wariant 4	Układ z uszkodzoną (pękniętą) sprężyną zaworu zwrotnego rozdzielacza.
Wariant 5	Układ z nadmiernie napiętą (przez zamontowanie podkładki o grubości 2 mm) sprężyną zaworu zwrotnego rozdzielacza
Wariant 6	Układ z nadmiernie napiętą (przez zamontowanie podkładki o grubości 5 mm) sprężyną zaworu zwrotnego rozdzielacza
Wariant 7	Układ z luźno zamontowanym dławikiem nominalnym ($\phi=2,5$ mm)
Wariant 8	Układ z zamontowanym dławikiem o średnicy otworu przelotowego $\phi=1$ mm
Wariant 9	Układ ze zmianą nastaw zaworu bezpieczeństwa, 15-6 MPa, (zmniejszono wartość ciśnienie otwarcia)
Wariant 10	Układ z uszkodzonym suwakiem rozdzielacza (zużycie ściernie powierzchni walcowej ϕ 22 mm powodujące przeciek wewnętrzny pomiędzy przegrodami rozdzielacza), wysokość ubytku – 0,8 mm
Wariant 11	Elementy układu w stanie zdatności i o nastawach nominalnych z kontrolowanym wyciekami zewnętrznym W_j ($0 \div 1,1$ dm ³ /min), krok $\approx 0,15$ dm ³ /min

3. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

W rezultacie przeprowadzenia eksperymentu opartego na ww. wariantach pomiarów, uzyskano wyniki które można podzielić na dwie grupy: charakterystyki statyczne oraz dynamiczne. Ze względu na ograniczenia objętościowe oraz tematykę niniejszego artykułu charakterystyki statyczne nie zostaną przedstawione. Wyniki oraz ich analizę można odnaleźć w pracach [4, 5].

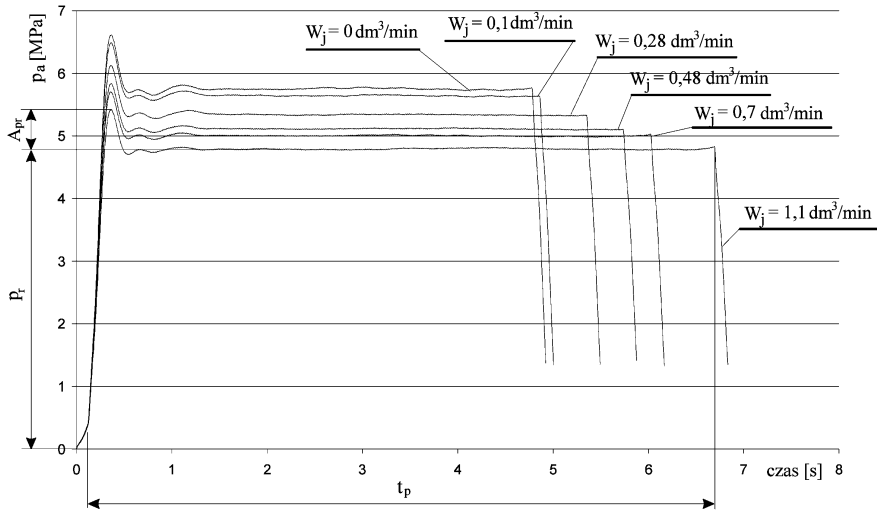
Na podstawie wykonanej obróbki statystycznej wartości obserwowanych (przebiegów czasowych zmiany ciśnienia, czasu podnoszenia układu i zmiany temperatury czynnika) stwierdzono, że dla ustalonych warunków badań określone wartości obserwowane są sygnałami stacjonarnymi i powtarzalnymi [5].

Na rys. 2 przedstawiono wybrane przebiegi czasowe zmiany ciśnienia oleju w rozpatrywanym układzie hydraulicznym zarejestrowane w kanale tłocznym pompy oleju, pozyskane w wyniku realizacji wariantu 11. Przebiegi czasowe zmiany ciśnienia w układzie hydraulicznym nazwano charakterystykami dynamicznymi.

Na podstawie analizy krzywych przedstawiających dynamiczne zmiany ciśnienia oleju w rozpatrywanym układzie hydraulicznym

można stwierdzić, że wraz ze wzrostem wartości wycieku zewnętrznego z układu (W_j) maleje wartość amplitudy impulsu (A_{pr}) ciśnienia rozruchu oraz ciśnienia roboczego (p_r) oleju podczas rozruchu układu, przy jednoczesnym wydłużeniu się czasu realizacji zadania przez układ (t_p) (tzn. czasu podniesienia masy obciążającej tłocznik silownika). Dla małych wartości wycieków zewnętrznych jest to niezauważalne w postaci zmiany czasu podnoszenia, lecz po przekroczeniu wartości granicznej, czas realizacji procesu znacznie się wydłuża. Dla rozpatrywanego układu wartość graniczną określono na poziomie 0,2 dm³/min.

Na podstawie prezentowanej charakterystyki dynamicznej można identyfikować takie stany niezdatności jak: wyciek zewnętrzny z układu i spadek wydajności pompy oleju (w wyniku uszkodzenia pompy lub jej napędu). Rozróżnienie tych dwóch stanów niezdatności może odbywać się poprzez rejestrację dodatkowym czujnikiem (np. czujnik wycieku oleju z układu, czujnik prędkości obrotowej wałka pompy oleju) lub przez ocenę organoleptyczną wykonaną przez diagnostę.

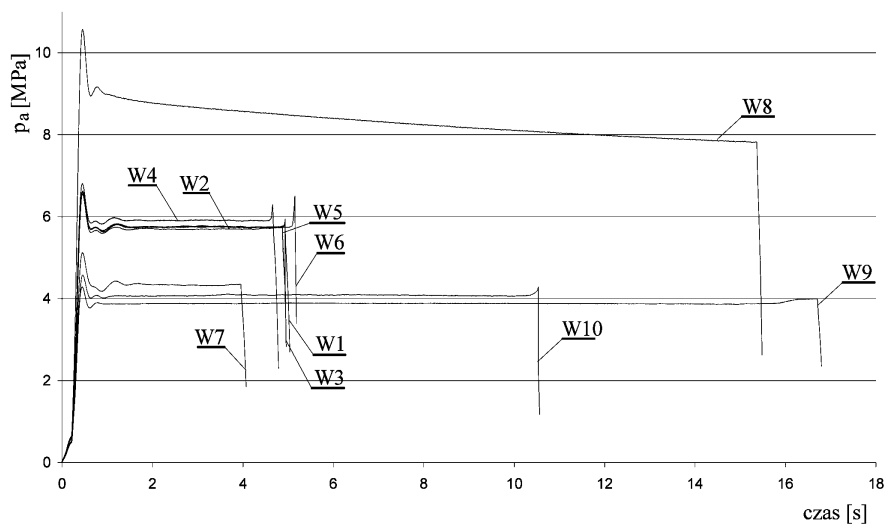


Rys. 2. Charakterystyki dynamiczne zmiany ciśnienia uzyskane w wyniku realizacji wariantu 11, z oznaczeniem identyfikowanych cech dla przebiegu w którym realizowano wyciek zewnętrzny $W_j=1,1 \text{ dm}^3/\text{min}$, oznaczenia: p_r – ciśnienie robocze, t_p – czas podnoszenia układu, A_{pr} – amplituda ciśnienia rozruchu

Na rys. 3 przedstawiono przebiegi czasowe zmiany ciśnienia oleju w rozpatrywanym układzie dla realizowanych 10 różnych wariantów stanów niezdatności. Na rys. 3 krzywa odzwierciedlająca przebieg czasowy ciśnienia w wariantcie 9 odpowiada stanom, w którym zawór bezpieczeństwa został wyregulowany na wartość $p_{zb}=4 \text{ MPa}$.

Na podstawie analizy przebiegów czasowych zmiany ciśnienia przedstawionych na rys. 3 można wyróżnić trzy grupy krzywych które charakteryzują się podobnym przebiegiem. Pierwsza grupa to krzywa (W8) odzwierciedlająca przebieg zmiany ciśnienia w wariantcie 8, w którym zmniejszono

pole przepływu w układzie poprzez montaż dławika. Wariant ten odzwierciedlał stan niezdatności polegający na zanieczyszczeniu lub braku drożności układu hydraulicznego. Jak wynika z rys. 3, taki stan niezdatności skutkuje wzrostem amplitudy impulsu ciśnienia rozruchu (A_{pr}) jak także ciśnienia roboczego (p_r) oraz czasu podnoszenia układu (t_p). Podobny przebieg charakterystyki dynamicznej uzyskuje się w przypadku przeciążenia lub zaklinowania się układu mechanicznego. Do rozróżnienia tych dwóch stanów niezbędna jest ocena organoleptyczna mechanizmów przez diagnostę.



Rys 3. Zestawienie charakterystyk dynamicznych zmiany ciśnienia w kanale tłocznym pompy w wariantach pomiarów 1-10

Druga grupa krzywych w których możemy wyróżnić przebiegi czasowe z wariantu: W1, W2, W3, W4, W5 i W6 interpretuje układ w stanie zdatności (W1) oraz stany niezdatności odpowiadające uszkodzeniu zaworu zwrotnego. Na podstawie przeprowadzonych badań i analizy pozyskanych przebiegów nie można rozróżnić stanów niezdatności reprezentowane przez ww. warianty, zarówno po kształcie krzywych jak i czasie podnoszenia układu. Stan niezdatności spowodowany uszkodzeniem zaworu zwrotnego należy identyfikować poprzez pomiar szczelności wewnętrznej układu, np. poprzez pomiar czasu samoczynnego opadania masy obciążającej tłoczący siłownika.

Ostatnia grupa krzywych reprezentowana przez przebiegi uzyskane w wyniku realizacji wariantów W7, W10 i W9 związane są ze stanem technicznym elementów układu. Ta grupa stanów niezdatności reprezentowana jest przez: błędny montaż dławika w układzie (W7), utrata szczelności rozdzielacza (przeciek wewnętrzny w rozdzielaczu - W10) i błędą regulację zaworu bezpieczeństwa (W9). Wszystkie te stany niezdatności charakteryzują się zdecydowanym obniżeniem wartości amplitudy impulsu ciśnienia rozruchu układu (A_{pr}), z jednoczesnym spadkiem ciśnienia roboczego (p_r) w porównaniu do przebiegów nominalnych. Spadek ciśnienia roboczego powoduje wyraźną zmianę czasu trwania ruchu roboczego (t_p) mechanizmu układu. Powiększenie drożności układu hydraulicznego (W7) odpowiada spadkowi

ciśnienia roboczego z jednoczesnym wyraźnym skróceniem czasu trwania ruchów roboczych w porównaniu do krzywych pozyskanych dla układu w stanie zdatności. Wydłużenie się czasu trwania ruchu roboczego mechanizmów układu z jednoczesnym obniżeniem się wartości ciśnienia roboczego odpowiada stanowi niezdatności identyfikowanego jako utrata szczelności wewnętrznej rozdzielacza. Podobny symptom diagnostyczny jak w przypadku wariantu 10 uzyskuje się przy realizacji wariantu 9. W przypadku wystąpienia któregośkolwiek z tych stanów towarzyszy im jednocześnie wyraźnie zauważalny wzrost temperatury czynnika roboczego. Jest to spowodowane tym, że oba stany niezdatności odzwierciedlają przecieki wewnętrzne w układzie. Rozróżnienie tych stanów niezdatności jest możliwe w wyniku przeprowadzenia „próby dławienia układu” w celu oceny stanu zaworu bezpieczeństwa. Czynność ta winna być przeprowadzona zawsze, przed rozpoczęciem badań diagnostycznych układu hydraulicznego.

Relacje diagnostyczne zidentyfikowane podczas przeprowadzonych badań eksperymentalnych zostały przedstawione w tabeli 2. Jako cechy sygnału diagnostycznego przyjęto: t_p – zmianę czasu trwania ruchu roboczego układu (podnoszenia), p_r – zmianę ciśnienia roboczego występująca podczas realizacji procesu, T – zmianę temperatury czynnika roboczego, A_{pr} – zmianę amplitudy ciśnienia rozruchu.

Tabela 2. Diagram zmiany cech sygnału diagnostycznego dla określonych stanów niezdatności układu hydraulicznego

Stan niezdatności	Cecha sygnału diagnostycznego				Uwagi
	p_r ciśnienie robocze	t_p czas ruchu roboczego	A_{pr} amplituda ciśnienia rozruchu	T temperatura czynnika	
uszkodzenie sekcji rozdzielacza	↓	↑	↔ lub ↓	↑	-
uszkodzenie bądź źle wyregulowany zawór bezpieczeństwa	↓	↑	↓	↑	sprawdź prawidłowość regulacji zaworu
bak drożności w układzie hydraulicznym	↑	↑	↑	↑	-
przeciążenie układu lub zakleszczenie elementów mechanicznych	↑	↑	↑	↑	sprawdź charakter użytkowania lub stan elementów mechanicznych
nadmierna drożność lub błędna regulacja dławika w układzie	↓	↓	↓	↔	-
nieszczelność- wyciek zewnętrzny w układzie	↓	↑	↓	↔	sprawdź szczelność układu

Oznaczenia: ↑ - wzrost wartości cechy sygnału, ↓ - spadek wartości cechy sygnału, ↔ - brak zmiany wartości cechy sygnału.

Uwaga: zmianę cech sygnału należy odnosić do wartości nominalnych pozyskanych dla układu w stanie zdatności i o nastawach nominalnych jego zespołów.

Reasumując przeprowadzone badania i analizę charakterystyk dynamicznych układu hydraulicznego należy stwierdzić, że:

- analiza przebiegów czasowych zmiany ciśnienia w kanale tłocznym pompy może być pomocna w identyfikacji takich stanów niezdatności jak: spadek wydatku pompy oleju, utratę szczelności i przeciążenie układu, stany niezdatności jego elementów oraz ogólny stan układu hydraulicznego;
- na podstawie charakterystyk dynamicznych pozyskanych z kanału tłocznego pompy oleju nie można identyfikować stanów niezdatności związanych z zaworem zwrotnym. Do identyfikacji tego typu stanów niezdatności należy wykorzystać sygnał zmiany ciśnienia pochodzący z innego punktu pomiarowego układu hydraulicznego;
- charakterystyki dynamiczne układu hydraulicznego reprezentowane w postaci przebiegów czasowych zmiany ciśnienia w określonych punktach układu hydraulicznego, są cennymi i łatwymi do pozyskania źródłami informacji diagnostycznej.

4. PODSUMOWANIE

Charakterystyki dynamiczne opisujące badany układ podczas stanów przejściowych, transmitują dużą ilość informacji diagnostycznej umożliwiającej ocenę stanu technicznego układu hydraulicznego, zwłaszcza z punktu widzenia bezpieczeństwa eksploatacji. Na dzień dzisiejszy nie jesteśmy w stanie opracować uniwersalnego algorytmu identyfikacji stanu niezdatności układu hydraulicznego na podstawie charakterystyki dynamicznej. Jest to spowodowane koniecznością indywidualnego podejścia do identyfikowanego układu, jak także trudnością w uzyskaniu takich samych warunków obciążenia podczas badań diagnostycznych w warunkach rzeczywistych. Pomimo tych problemów takie podejście do diagnozowania pozwala na identyfikację pewnych stanów niezdatności lub anomalii w funkcjonowaniu mechanizmów hydraulicznych, których detekcja tradycyjnymi metodami i środkami diagnostycznymi jest niemożliwa.

W pracy zaproponowano metodę identyfikacji stanu technicznego układu hydraulicznego na podstawie analizy charakterystyk dynamicznych pozyskanych w kanale tłocznym pompy oleju. Jako uogólniony parametr stanu technicznego badanego

układu hydraulicznego przyjęto zmianę: ciśnień i jego amplitudy zarejestrowane podczas ruchów roboczych układu, czasu ruchu roboczego tłocznika siłownika oraz temperatury czynnika roboczego.

Wykazano przydatność opracowanej metody do identyfikacji stanów niezdatności takich jak: wyciek zewnętrzny z układu, przecieki wewnętrzne w elementach układu, błędna regulacja lub uszkodzenie zaworu bezpieczeństwa.

LITERATURA

- [1] Angeli Chr., Chatzinikolaou A.: *Fault Prediction and Compensation Functions in a Diagnostic Knowledge-Based System for Hydraulic Systems*. Journal of Intelligent and Robotic Systems 25, s. 153–165, 1999.
- [2] Khan H., Abou Seraphin C., Sepehri N.: *Nonlinear observer-based fault servopositioning systems*. Mechatronics 15/2005, s. 1037–59, 2005.
- [3] Kollek W., Palczak E.: *Badania dynamiczne mechanizmów roboczych maszyn i urządzeń*. Prace naukowe Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej. Nr 78/1995.
- [4] Rychlik A.: *Metoda diagnozowania układu hydraulicznego maszyny roboczej na przykładzie kombajnu do zbioru zbóż Bizon Z058*. Diagnostyka Nr 1(37)/2006, s. 61–68.
- [5] Rychlik A.: *Wykorzystanie Hybrydowego Systemu Ekspertowego w diagnostyce wybranych maszyn samojezdnych*. Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska, Wydział Budownictwa, Mechaniki i Petrochemii. Płock, 2005.



Dr inż. **Arkadiusz RYCHLIK** absolwent Wydziału Mechanicznego ART w Olsztynie. Obecnie jest adiunktem w Katedrze Budowy, Eksploatacji Pojazdów i Maszyn na Wydziale Nauk Technicznych, UWM w Olsztynie.

Jest kierownikiem Laboratorium Dydaktyczno Usługowego Diagnostyki Pojazdów. W pracy zajmuje się zagadnieniami eksploatacji i diagnostyki pojazdów i maszyn.

CHARAKTERYSTYKI ENERGETYCZNE OBCIĄŻEŃ DYNAMICZNYCH CIAŁA CZŁOWIEKA

Henryk KAŻMIERCZAK

Przemysłowy Instytut Maszyn Rolniczych

60-963 Poznań, ul. Starołęcka 31, fax: 061 8793262, e-mail: kazmhenr@pimr.poznan.pl

Streszczenie

Oddziaływanie drgań na człowieka powoduje ich selektywne przenoszenie przez strukturę jego ciała. Wyznaczono analityczny model strukturalny dynamiki ciała człowieka. Synteza własności dynamicznych modelu systemu metodą podatności dynamicznych umożliwiła wyznaczenie charakterystyk dynamicznych struktury stojącego człowieka. Do wyznaczenia charakterystyk dynamicznych modelu ciała człowieka przyjęto parametry struktury modelu wg Potiemkina–Frołowa. Wyznaczono moce wejściowe reakcji człowieka na wymuszenia występujące na korpusie ciągnika. Ciągnik poddawany był wymuszeniom symulującym przejazd przez przeszkody (na stanowisku badań przyspieszonych). Częstotliwości podstawowe wymuszeń: 1Hz, 1,26Hz, 2,5Hz.

Słowa kluczowe: model strukturalny, podatność dynamiczna, moc obciążeń dynamicznych, ciało człowieka.

ENERGETIC CHARACTERISTICS OF DYNAMICAL LOADS OF HUMAN BODY

Summary

Vibration influence on man causes its selective transfer through the structure of human body. There was determined analytical structural model of human body dynamic. Synthesis of dynamical features of the model's system by dynamical receptivity method enabled determining of dynamical characteristics of structure of a standing man. For determine dynamical characteristics of human body there were suggested parameters of structure according to Potiemkin–Frolov model. There were determined exit powers of human reactions on forces occurring on a tractor's frame. The tractor was forced by simulation of going through the blocks (on a stand of accelerating tests). Basic frequencies of forces: 1Hz, 1,26Hz, 2,5Hz.

Keywords: structural model, dynamical receptivity, power loads, human body

1. WPROWADZENIE

Maszyna powinna być tak skonstruowana, aby nie stwarzała niebezpieczeństwa dla obsługi ani zagrożenia dla otoczenia [4, 18]. Należy brać pod uwagę zarówno zagrożenie bezpośrednie (podczas pracy), jak również zagrożenia narastające w funkcji czasu użytkowania maszyny. Zagrożenia te mogą prowadzić do niebezpiecznych zmian w organizmie obsługującego maszynę. Wielkością kryterialną związaną z własnościami dynamicznymi maszyny jest poziom amplitud (poziom mocy i praca) drgań mechanicznych o oddziaływaniu miejscowym (np. na ręce obsługującego) oraz o oddziaływaniu ogólnym (oddziaływanie wibracji na kierowcę) i poziom natężenia hałasu emitowanego przez maszynę. Mając na uwadze podstawowe zasady konstrukcji i ich związki z dynamicznymi własnościami maszyny, należy je oceniać w ścisłym odniesieniu do parametrów wymuszeń (obciążeń) [12].

Człowiek obsługujący pojazd lub maszynę mobilną narażony jest na oddziaływanie drgań mechanicznych, które zmniejszają efektywność jego

pracy oraz szkodzą zdrowiu. Drgania mechaniczne mogą przenosić się na człowieka poprzez:

- stopy w pozycji stojącej,
- pośladki w pozycji siedzącej,
- powierzchnię styku ciała z pościelą w pozycji leżącej,
- ręce, ramiona, piersi, nogi i głowę,
- całą powierzchnię ciała, gdy jest ono zanurzone w drgającym ośrodku (np. w wodzie).

Oddziaływanie drgań na człowieka powoduje ich selektywne przenoszenie przez strukturę jego ciała i wzbudzenie drgań organów wewnętrznych. Pociąga to za sobą istotne odczucia, które ograniczają komfort pracy, a nawet powodują warunki pracy uciążliwymi. Odczuwanie drgań zależy przede wszystkim od: przyspieszenia ruchu drgającego, częstotliwości i czasu narażenia. Ochrona przed szkodliwym działaniem wibracji powinna polegać w pierwszym rzędzie na przestrzeganiu zasady, by na stanowiskach pracy nie były przekraczane najwyższe dopuszczalne wartości drgań mechanicznych [6]. W przypadku jednoczesnego występowania drgań o zbliżonych wartościach przyspieszeń w płaszczyźnie poziomej

w kierunkach (X, Y) i pionowych (Z), ich wpływ na pogorszenie sprawności człowieka jest większy w porównaniu do skutków działania drgań o kierunku pionowym. Dlatego w ocenie skutków zdrowotnych uwzględniana jest całkowita wartość ważona częstotliwościowo przyspieszenia drgań wyrażona przez sumę wektorową a_{wS} poszczególnych składowych.

$$a_{wS} = \sqrt{(1,4a_{wX})^2 + (1,4a_{wY})^2 + (a_{wZ})^2} \quad (1)$$

W powyższym wzorze uwzględniono wyniki badań doświadczalnych, które ujawniły 1,4-krotnie większą wrażliwość badanych osób na drgania poziome (X,Y) w porównaniu do reakcji na drgania pionowe (Z). Normy stanowiące ocenę szkodliwego oddziaływania drgań mechanicznych na człowieka ustalają pomiar drgań mechanicznych w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach.

Do oceny szkodliwego oddziaływania drgań mechanicznych na człowieka stosuje się normy:

PN-83/N-01354 „Drgania. Dopuszczalne wartości przyspieszenia drgań o oddziaływaniu ogólnym na organizm człowieka i metody oceny narażenia”.

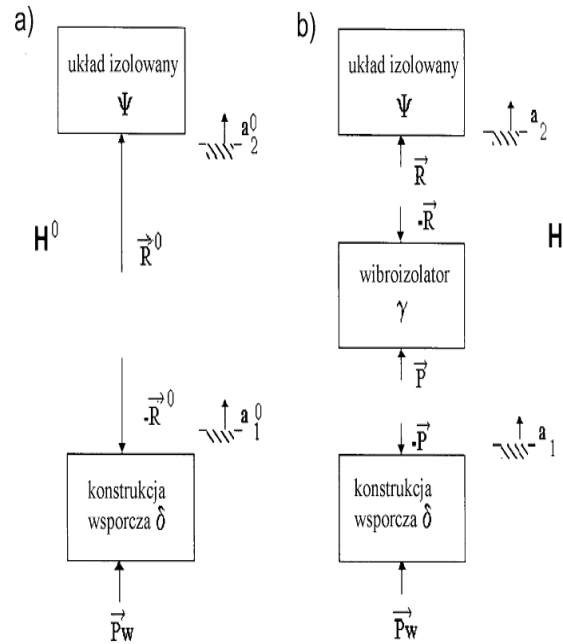
PN-83/N-01353 „Drgania. Dopuszczalne wartości przyspieszenia drgań o miejscowym oddziaływaniu na organizm człowieka i metody oceny narażenia”.

2. IDEA IZOLACJI DRGAŃ MECHANICZNYCH

Ideę układu izolacji drgań mechanicznych przedstawiono na rys. 1. Wibroizolacja siłowa polega na oddzieleniu sił dynamicznych maszyn i ich elementów od ich podłoża lub konstrukcji wsporczej. Uzyskuje się to przez przerwanie ciągłości struktury układu drgającego, wstawiając między maszynę (źródło drgań) a konstrukcję wsporczą (odbiorcę drgań) podatne elementy sprężysto-tłumiące zwane wibroizolatorami (rys. 1). Wibroizolacja przemieszczeniowa polega na oddzieleniu obsługującego maszynę, czułych i wrażliwych na drgania urządzeń, przyrządów pomiarowych od drgań ich miejsc mocowania, podłoża lub konstrukcji wsporczych. Przyczyną drgań jest tutaj ruch podłoża (wymuszenie kinematyczne), a celem wibroizolacji jest separacja tego ruchu od chronionego obszaru. Uzyskuje się to przez przerwanie ciągłości struktury układu drgającego poprzez wstawienie między drgające podłoże (np. korpus ciągnika) a chroniony układ (kierowca) elementu wibroizolacyjnego.

Posługując się metodą podatności dynamicznej wyznaczono [1, 12] funkcję przenoszenia drgań układu (rys. 1a):

$$H_{2w}^0 = \frac{\delta_{1w}\Psi_{22}}{\delta_{11} + \Psi_{22}} \quad (2)$$



Rys. 1. Schemat układu przestrzennej izolacji drgań [11]

Po wstawieniu wibroizolatora o charakterystyce γ (rys. 1b) funkcja przenoszenia drgań układu:

$$H_{2w}(j\omega, \Theta) = \frac{\delta_{1w}\gamma_{12}\Psi_{22}}{(\delta_{11} + \gamma_{11})(\gamma_{22} + \Psi_{22}) - \gamma_{12}^2} \quad (3)$$

Estymata funkcyjna efektywności izolacji mocy drgań w systemie przyjmuje postać:

$$E_N(\omega) = \frac{(\delta_{11} + \gamma_{11})(\gamma_{22} + \Psi_{22}) - \gamma_{12}^2}{\gamma_{12}(\gamma_{11} + \Psi_{22})} \quad (4)$$

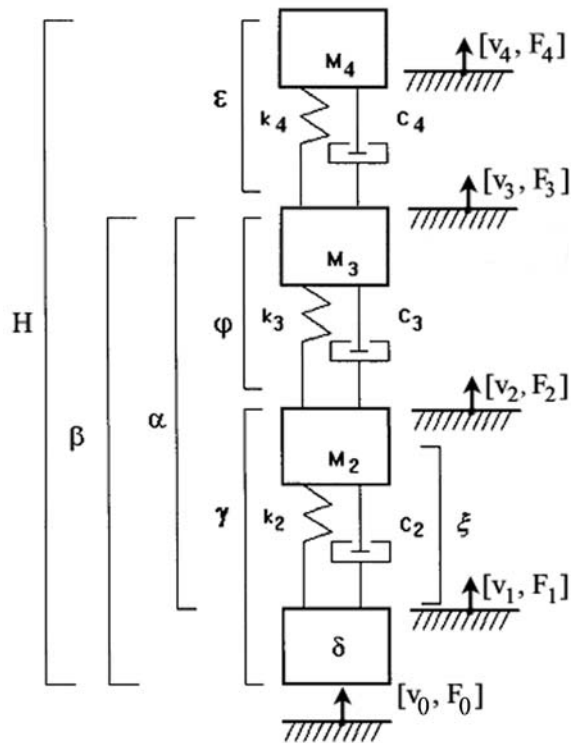
Natomiast estymata amplitudowa efektywności izolacji mocy drgań w systemie ma postać:

$$\bar{E}_N^2 = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left[\frac{(\delta_{11} + \gamma_{11})(\gamma_{22} + \Psi_{22}) - \gamma_{12}^2}{\gamma_{12}(\gamma_{11} + \Psi_{22})} \right]^2 d\omega_s \quad (5)$$

Efektywność izolacji drgań jest więc funkcją charakterystyk dynamicznych konstrukcji wsporczej (np. korpusu ciągnika), układu wibroizolacji i chronionego obiektu (kierowca).

3. ANALITYCZNY MODEL STRUKTURALNY DYNAMIKI CIAŁA CZŁOWIEKA

Na rys. 2 zamieszczono model strukturalny dynamiki ciała człowieka według Frołowa (16), który podał parametry modelu. W artykule przedstawiono opracowane analitycznie charakterystyki dynamiczne modelu. Do wyznaczenia przebiegu charakterystyk (rys. 3) wykorzystano parametry struktury modelu podane przez Frołowa.



Rys. 2. Model strukturalny ciała Człowieka [17]

Moce reakcji struktury ciała człowieka na wymuszenia F , zadawane na stopy stojącego człowieka opisują elementy wektora mocy obciążeń według przyjętych współrzędnych modelu (rys. 2):

$$N_{ik} = \begin{Bmatrix} N_{00} \\ N_{20} \\ N_{34} \\ N_{40} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

przy czym np. N_{41} jest mocą przenoszoną z korpusu maszyny na głowę człowieka.

Wyznaczono podatności dynamiczne podukładów struktury ciała człowieka (rys. 2):

$$\beta_{00} = \frac{\delta_{00}[(\delta_{11} + \xi_{11})(\xi_{22} + \varphi_{22}) - \xi_{12}^2] - \delta_{01}^2(\xi_{22} + \varphi_{22})}{(\delta_{11} + \xi_{11})(\xi_{22} + \varphi_{22}) - \xi_{12}^2} \quad (7)$$

$$\beta_{33} = \frac{\varphi_{33}[(\delta_{11} + \xi_{11})(\xi_{22} + \varphi_{22}) - \xi_{12}^2] - \varphi_{23}^2(\delta_{11} + \xi_{11})}{(\delta_{11} + \xi_{11})(\xi_{22} + \varphi_{22}) - \xi_{12}^2} \quad (8)$$

$$\beta_{03} = \frac{\delta_{00} \xi_{12} \varphi_{23}}{(\delta_{11} + \xi_{11})(\xi_{22} + \varphi_{22}) - \xi_{12}^2} \quad (9)$$

Synteza własności dynamicznych systemu metodą podatności dynamicznych umożliwia wyznaczenie charakterystyk dynamicznych struktury stojącego człowieka:

- odpowiedź – stopy/ wymuszenie – stopy:

$$H_{00} = \frac{\beta_{00}(\beta_{33} + \varepsilon_{33}) - \beta_{03}^2}{\beta_{33} + \varepsilon_{33}} \quad (10)$$

- odpowiedź – głowa/ wymuszenie – stopy:

$$H_{40} = \frac{\beta_{03} \varepsilon_{34}}{\beta_{33} + \varepsilon_{33}} \quad (11)$$

- odpowiedź – korpus/ wymuszenie – głowa:

$$H_{34} = \frac{\beta_{33} \varepsilon_{34}}{\beta_{33} + \varepsilon_{33}} \quad (12)$$

przy czym podatności dynamiczne elementów modelu dyskretnego ciała człowieka, wyrażone jako funkcje parametrów, są [9]:

$$\varepsilon_{33} = -\frac{1}{m_4 \omega^2} + \frac{1}{k_4 + ic_4 \omega}, \quad \varepsilon_{34} = -\frac{1}{m_4 \omega^2} \quad (13)$$

$$\xi_{11} = -\frac{1}{m_2 \omega^2} + \frac{1}{k_2 + ic_2 \omega}, \quad \xi_{12} = -\frac{1}{m_2 \omega^2},$$

$$\xi_{22} = -\frac{1}{m_2 \omega^2} \quad (14)$$

$$\delta_{11} = -\frac{1}{m \omega^2}, \quad \varphi_{23} = -\frac{1}{m_3 \omega^2},$$

$$\varphi_{22} = -\frac{1}{m_3 \omega^2} + \frac{1}{k_3 + ic_3 \omega} \quad (15)$$

Do wyznaczenia charakterystyk dynamicznych modelu ciała człowieka przyjęto następujące parametry struktury modelu według Prołowa [7]:

- $m_1=42,2\text{kg}$; $k_1=46091\text{N/m}$; $c_1=12062\text{Ns/m}$; [2789 (gama=1)];
- $m_2=23,1\text{kg}$; $k_2=95125\text{N/m}$; $c_2=981\text{Ns/m}$; [2964 (gama=1)];
- $m_3=5,0\text{kg}$; $k_3=185346\text{N/m}$; $c_3=118\text{Ns/m}$; [1925 (gama=1)];
- $m=2\text{kg}$.

Na rys. 3 zamieszczono zestawienie modułów oraz części rzeczywistych i części urojonych inercyjności dynamicznych: $H_{00}(j\omega)$, $H_{40}(j\omega)$ i $H_{34}(j\omega)$ ciała człowieka. Przebiegi inercyjności potwierdzają wysokie wartości parametrów tłumienia w modelu ciała człowieka.

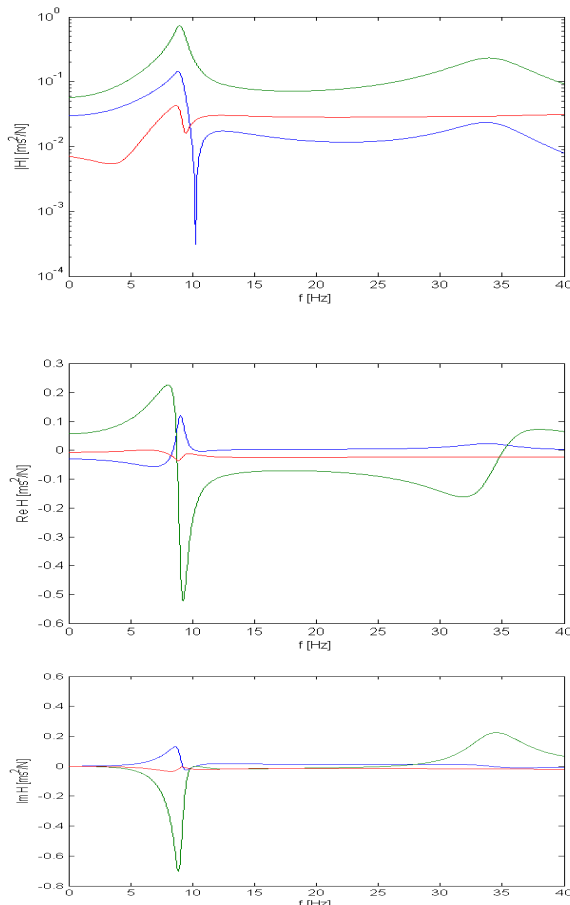
Spśród charakterystyk dużą podatnością na degradację struktury wyróżnia się inercyjność dynamiczna $H_{34}(j\omega)$ [wymuszenie – głowa, reakcja (odpowiedź) – korpus człowieka] (rys. 3). Stanowi to potwierdzenie wielkiego niebezpieczeństwa wystąpienia uszkodzenia kręgów szyjnych przy skoku do wody „na główkę”. Wyznaczono moce wejściowe reakcji człowieka (rys. 5) na wymuszenia występujące na korpusie ciągnika. Ciągnik poddawany był wymuszeniom (rys. 4), symulującym przejazd przez przeszkody (wymuszenia o dużej amplitudzie) na stanowisku badań przyspieszonych. Częstotliwości podstawowe wymuszeń (najazd kół ciągnika na przeszkodę); 1Hz, 1,26Hz, 2,5Hz.

Wyznaczono moduły mocy wejściowych $|N_{00}(\omega)|$ oraz części rzeczywiste i części urojone $\text{Re } N_{00}(\omega)$ i $\text{Im } N_{00}(\omega)$.

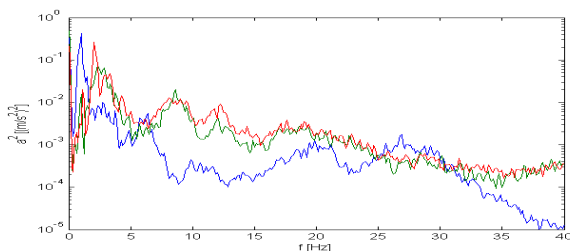
Są to charakterystyki energetyczne oddziaływań ciągnika przejeżdżającego przez przeszkody na kierowcę.

Moc wejściową reakcji ciała człowieka na wymuszenie wyznaczono wg formuły (16):

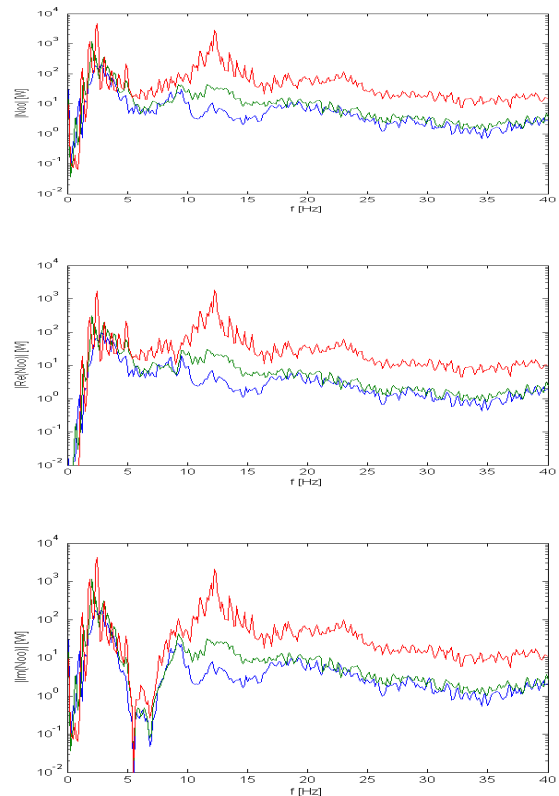
$$N_{00}(j\omega) = \frac{1}{\omega} H_{00}^{-1}(j\omega) G_{aa}(\omega) \quad (16)$$



Rys. 3. Inertancje dynamiczne modelu ciała człowieka (rys. 2): l. nieb. – H_{40} , l. ziel. – H_{34} , l. czerw. – H_{00}



Rys. 4. Widma wymuszeń występujących na korpusie ciągnika (nieb. – 1Hz, ziel.--1,26Hz, czerw.-- 2,5Hz)



Rys. 5. Moce obciążeń dynamicznych stojącego człowieka (przy różnych wymuszeniach)

Wysokie wartości mocy obciążeń, wywołane wymuszeniami, wystąpiły dla częstotliwości 2,5 Hz i 13 Hz. Interesującym jest niska wartość mocy siły sztywności dynamicznej struktury w paśmie częstotliwości 5,5Hz – 6,5 Hz.

4. WNIOSKI

1. Efektywność izolacji drgań jest funkcją charakterystyk dynamicznych konstrukcji wsporczej (np. korpusu ciągnika), układu wibroizolacji i obiektu chronionego (kierowca).
2. Analiza wykresów inercyjności $H_{34}(j\omega)$ (rys. 3) wskazuje na dużą podatność górnych kręgów kręgosłupa na degradację sztywności struktury pod wpływem wymuszenia zadawanego na głowę (np. skok do wody).
3. W układzie: korpus ciągnika – izolator drgań – kierowca należy uzyskać niski współczynnik przenoszenia drgań w paśmie 0,5–25 Hz (rys. 5).

LITERATURA

- [1] Bishop R. E. D., Johnson D. C.: *The mechanics of Vibration*, Cambridge University Press, 1960.
- [2] Dobry M. W., Wojsznis M.: STRUCTURES-WAVES-HUMAN HEALTH, Structural Acoustics and Waves in Environment, *The Influence of Tool Mass on Energy Phenomena in a Biomechanical Human- Big*

- Demolishing Hammer System*, vol XII, No. 1, Kraków 2003, pp. 141-150;
- [3] Dobry M. W.: *Energy diagnostics and assessment of dynamics of mechanical and biomechanics systems*. Machine Dynamics Problems 2001, Vol. 25, No.3/4 Warsaw University of Technology, Warsaw 2001, pp. 35-54.
- [4] Dobry M. W.: *Metoda energetycznego dostosowania maszyn do człowieka-operatora i środowiska na etapie projektowania*. Archiwum Technologii Maszyn i Automatyzacji, Vol. 2, Nr 2 spec., Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2004, pp. 29-39.
- [5] Dobry M. W.: *Dependence of energy flow and damages of human body exposed on hand-arm vibration*. XXI Sympozjum – Vibrations in Physical Systems – Poznań – Kiekrz 2004, pp. 127-130.
- [6] Engel Zb., Kowal J.: *Sterowanie procesami wibroakustycznymi*, Wydawnictwa AGH Kraków 1995.
- [7] Frołow K. B.: *Zaszczyta ot Wibracji i Udarow*. Maszynostrojenije, Moskwa 1981.
- [8] Göhlich H.: *Mensch und Maschine*. Hamburg, Berlin, Parrey, 1987.
- [9] Göhlich H., Hoppe U.: *Fahrdynamik – Fahrsicherheit – Fahrerplatz*, Jahrbuch Agrartechnik, VDMA Landtechnik, VDI-MEG, KTBL, 2003.
- [10] Göhlich H., Hoppe U., Meyer J.: *Fahrdynamik – Fahrsicherheit – Fahrerplatz*, Jahrbuch Agrartechnik, VDMA Landtechnik, VDI-MEG, KTBL, 2004.
- [11] Hauck M.: *Geregelte Daempfung für Traktor-Fahrersitze*, Technische Universitaet Berlin, D 83, Berlin 2001.
- [12] Kaźmierczak H.: *Uproszczona synteza złożonych układów izolacji drgań metodą podatności dynamicznej*. Rozprawa doktorska, Wydział Budowy Maszyn Politechniki Poznańskiej, Poznań 1977.
- [13] Kaźmierczak H.: *Analiza rozkładu mocy obciążeń dynamicznych w systemach mechanicznych*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Rozprawy nr 363, Poznań 2001.
- [14] Kaźmierczak H.: *Seat Driver Vibration Isolation System*. XXI Symposium – Vibrations in Physical System.
- [15] Kaźmierczak H.: *Energetyczna Analiza Stanu Technicznego Maszyn* w książce INŻYNIERIA DIAGNOSTYKI MASZYN, 340-358, PTDT, Instytut Technologii Eksploatacji, Warszawa, Bydgoszcz, Radom 2004.
- [16] Kaźmierczak H.: *Modelowanie energetyczne procesu degradacji obiektu mechanicznego* w Wybrane zagadnienia analizy modalnej konstrukcji mechanicznych, 158-165, AGH Kraków 2005.
- [17] Książek M. A.: *Modelowanie i optymalizacja układu Człowiek – wibroizolator – maszyna*. Politechnika Krakowska, Kraków 1999.
- [18] Nowak B.: *Ocena wpływu drgań siedziska pojazdu mechanicznego na operatora, praca magisterska*. ATR Bydgoszcz 2001.
- [19] Osiński Zb., *Thumienie drgań*, PWN Warszawa 1997.
- [20] Wojsznis M., Dobry M. W.: *STRUCTURES – WAVES – HUMAN HEALTH*, Acoustical Engineering, *Dynamics of energy flow in a biomechanical human – machine system-hand- arm vibrations*, vol. XIII, No. 1, Kraków 2004, pp. 55-70
- [21] Wojsznis M., Dobry M. W., Tabaszewski M.: *STRUCTURES – WAVES – HUMAN HEALTH*, Acoustical Engineering, *Energy verification of a dynamical model of a human – big hand-held hammer systems*, vol. XIV, No. 1, Kraków 2005, pp. 179-182;
- [22] Wojsznis M.: *Dynamika przepływu energii w systemie biomechanicznym Człowiek – Duże Zmechanizowane Narzędzie Ręczne (C-DZNR)*. Praca Doktorska, Wydział Budowy Maszyn, Politechnika Poznańska, 2006



Doc dr hab. **Henryk KAŹMIERCZAK**

– absolwent Wydziału Mat. Fiz. Chem. Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, stopień doktora nauk technicznych uzyskał w 1977r. na Wydziale Budowy Maszyn Politechniki Poznańskiej. Stopień doktora

habilitowanego nauk technicznych z dziedziny mechanika uzyskał w 2002r. na Wydziale Budowy Maszyn i Zarządzania Politechniki Poznańskiej. Jest autorem ponad 250 publikacji naukowych. Zajmuje się zagadnieniami z dziedziny dynamiki maszyn, diagnostyki technicznej, identyfikacji własności dynamicznych struktur mechanicznych, w tym metodami analizy modalnej. Do energetycznego opisu obciążeń w maszynach i innych strukturach mechanicznych oraz do badań procesów degradacji i trwałości maszyn stosuje opracowaną przezeń metodę analizy rozkładu mocy obciążeń dynamicznych. Jest członkiem krajowych i zagranicznych towarzystw naukowych.

KOMPARACYJNE DIAGNOZOWANIE UKŁADU KOMUNIKACJI

Marcin BEDNAREK*, Lesław BĘDKOWSKI**, Tadeusz DĄBROWSKI**

*Katedra Informatyki i Automatyki, Wydział Elektrotechniki i Informatyki
Politechnika Rzeszowska, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów, fax: 017 854 29 10, e-mail: bednarek@prz.rzeszow.pl

**Instytut Systemów Elektronicznych, Wydział Elektroniki
Wojskowa Akademia Techniczna, ul. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, fax: 022 683 91 25, e-mail:
lbedkowski@wel.wat.edu.pl, tdabrowski@wel.wat.edu.pl

Streszczenie

W pracy scharakteryzowano komunikację pomiędzy komputerem nadrzędnym (master) a sterownikiem (slave). Przedstawiono sposoby diagnozowania układu komunikacji (wykorzystującego protokół Modbus). Objąsniiono metodę komparacyjnego diagnozowania układu komunikacji. Całość uzupełniają przykłady wykorzystania rezerwy czasowej do diagnozowania komparacyjnego.

Słowa kluczowe: układ komunikacji, diagnozowanie komparacyjne.

COMPARATIVE DIAGNOSING OF A COMMUNICATION SYSTEM

Summary

The communication between a host computer (master) and a controller (slave) is briefly characterized. Methods of communication diagnosing (a communication according to Modbus protocol) are given. A method of comparative diagnosing of the communication system is described. The paper is supplemented with examples of time redundancy utilization with use of comparative diagnosing.

Keywords: communication system, comparative diagnosing.

1. WPROWADZENIE

Rozważania przedstawione w artykule dotyczą diagnozowania układu komunikacji łączącego urządzenia przesyłające informacje przy pomocy magistrali komunikacyjnej: komputery – stacje operatorskie i sterowniki obiektowe – stacje procesowe rozproszonego systemu sterowania. Do rozważań przyjęto model wymiany informacji pomiędzy komunikującymi się stacjami (fizycznymi urządzeniami będącymi, oprócz magistrali komunikacyjnej, elementami układu komunikacji) określanymi jako „nadrzędny – podrzędny”. Oznacza to istnienie w systemie różnych typów urządzeń. Pierwszym z nich jest stacja operatorska będąca stacją nadrzędną – *master*. Drugim typem urządzenia jest stacja procesowa, podporządkowana *masterowi*, określaną jako *slave*. Każdą wymianę danych inicjuje zawsze *master*. Rolą *slave* jest odpowiadanie na komunikaty-polecenia (w aspekcie analizy zawartości komunikatu – także wykonywanie polecenia) Wymianę informacji bazującą na modelu *master-slave* można scharakteryzować następująco:

- interfejs komunikacyjny urządzenia nadrzędnego zawiera pewien „scenariusz wymian” komunikatów, z którego wybiera komunikat-polecenie do wysłania,

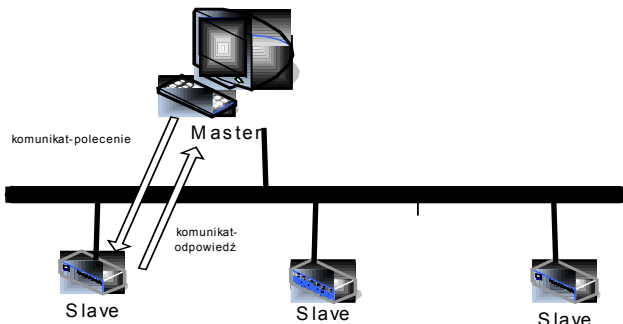
- *master* inicjuje połączenie wysyłając komunikat-polecenie do *slave*,
- w tym czasie urządzenie podrzędne oczekuje na komunikat-polecenie od *mastera*,
- po nadejściu komunikatu-polecenia i jego analizie *slave* odpowiada komunikatem-odpowiedzią,
- *master* analizuje nadchodzący komunikat-odpowiedź i przechodzi do nadawania kolejnego polecenia z listy.

Komunikaty-polecenia wysyłane przez urządzenie nadrzędne mają charakter cykliczny lub jednorazowy. Jako komunikaty cykliczne mogą być przesyłane np. kolejne odczyty-sprawdzenia wartości zmiennej reprezentującej stan czujnika poziomu w procesie dozoru napelniania zbiornika. Z kolei przykładem wymiany jednorazowej może być komunikat wysyłany na żądanie operatora, będący skutkiem kliknięcia na przycisk ekranu synoptycznego stacji operatorskiej. W kolejnych punktach zostaną omówione zagadnienia komparacyjnego diagnozowania układu komunikacji w odniesieniu do *Modbus*, który jest rozpowszechnionym protokołem sieci przemysłowych opierającym się na opisanej wyżej zasadzie „*master-slave*”.

2. DIAGNOZOWANIE UKŁADU KOMUNIKACJI

Rozpatrując układ komunikacji pod kątem zdatności należy brać pod uwagę realizację głównych rodzajów wymian komunikatów [2, 3, 4, 5]:

- komunikatu-polecenia odczytu przez urządzenie nadrzędne pewnej wartości rejestru urządzenia podrzędnego (przechowującego np. wartość zmiennej procesowej),
- komunikatu-polecenia zapisu pewnej wartości do rejestru.



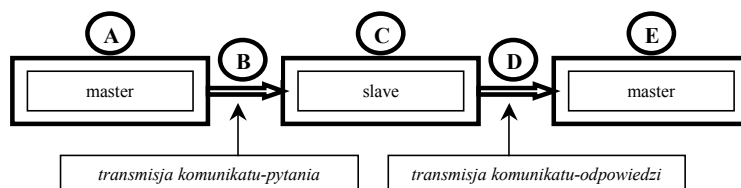
Rys. 1. Układ komunikacji działający wg zasady master-slave

Interesującym nas zagadnieniem jest diagnozowanie układu komunikacji w oparciu o wytwarzany przez obiekt (układ komunikacji) efekt – wynik odczytu lub zapisu wartości zmiennej z/do urządzenia podrzędnego (czyli przesył komunikatu i odpowiedzi).

W protokole Modbus slave odpowiada komunikatem zawierającym:

- informacje identyczne z odebranymi – w przypadku komunikatu-polecenia zapisu pewnych danych do rejestru pamięci slave,
 - informacje o pewnych wartościach zmiennych procesowych – w przypadku żądania informacji (odczytu rejestru) od slave,
 - jedną z kilku wartości kodu błędu (numery-kody błędów i oznaczenia zawarto w tab. 1),
- lub nie odpowiada – ignorując polecenie, w przypadku stwierdzenia niepoprawnego formatu komunikatu lub komunikatu rozgłoszeniowego (broadcast).

Można wymienić wiele sprzętowych lub programowych błędów będących przyczyną niepoprawnej pracy układu komunikacji (miejsca występowania oznaczono symbolami (A)-(E) na rys. 2), a co za tym idzie – niezdatności układu:



Rys. 2. Schemat przesyłu efektów (A)-(E) – oznaczenia miejsc występowania błędów

- błędy przetwarzania komunikatu-pytaa w procesie nadawania (A, rys. 2)
- błędy transmisji komunikatu-pytaa (B)
- błędy w procesie odbioru komunikatu-pytaa, w czasie przetwarzania komunikatu, generowania komunikatu-odpowiedzi (C)
- błędy transmisji komunikatu-odpowiedzi (D)
- błędy przetwarzania komunikatu-odpowiedzi w procesie odbioru (E)

Tab. 1. Wybrane kody błędów zawartych w odpowiedzi slave

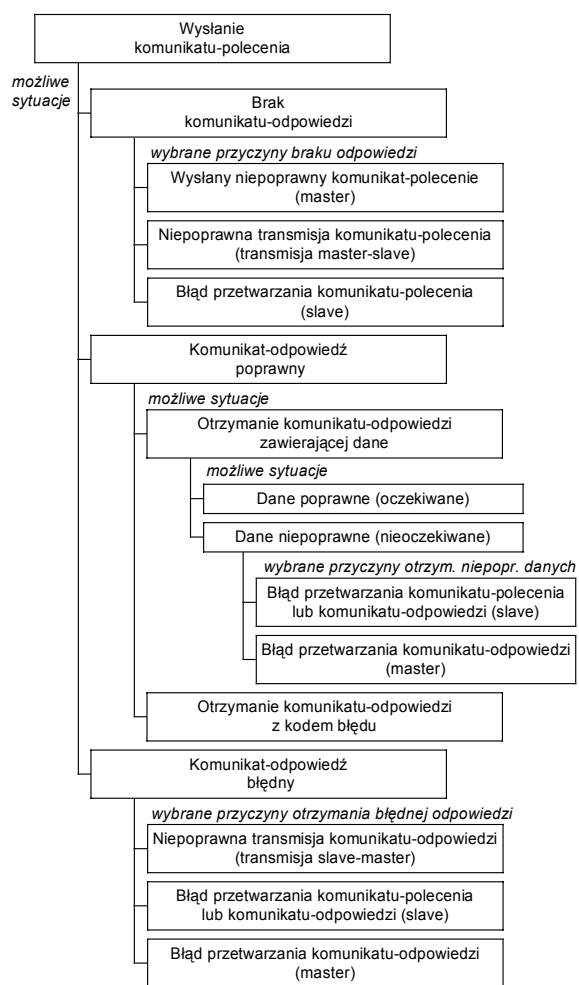
Kod	Opis	Przyczyna
01	Niedozwolona funkcja	- brak implementacji funkcji - urządzenie w fazie konfiguracji
02	Niedozwolony zakres danych (adres)	- adres nie występuje - pytanie o większą liczbę adresów niż to możliwe
03	Niedozwolona wartość	- wartość poza zakresem
04	Błąd urządzenia slave	- wystąpienie nieznanego błędu podczas przetwarzania komunikatu-polecenia
05	Potwierdzenie pozytywne	- akceptacja polecenia i jednoczesny brak możliwości odpowiedzi
06	Brak gotowości urządzenia slave	- slave zaangażowany (przetwarzanie), master powinien retransmitować komunikat-polecenie w następnym cyklu

Rys. 3 przedstawia reakcje układu (protokół Modbus) na wysłanie komunikatu-polecenia ze wskazaniem na możliwe przyczyny wystąpienia zdarzenia.

Po dokonaniu analizy odpowiedzi urządzenia podrzędnego master stwierdza poprawność (lub nie) przesyłu i na tej podstawie formułuje diagnozę w oparciu o uzyskane efekty. O niezdatności układu komunikacji świadczą również komunikaty-odpowiedzi z kodami błędu urządzenia slave lub brak odpowiedzi. Każdy komunikat zabezpieczony jest również przed utratą integralności sumą kontrolną.

W przypadku diagnozowania w oparciu o komunikaty-polecenia i komunikaty-odpowiedzi służące do zapisu wartości zmiennej do rejestru urządzenia, znane jest kryterium zdatności zadaniowej. Otrzymana zwrotnie informacja identyczna z wysłaną może świadczyć o uzyskaniu poprawnego efektu i o zdatności układu komunikacji. Jeżeli jednak stacja nadrzędna wysłała żądania odczytu pewnych wartości zawartych w rejestrach stacji podrzędnej sytuacja jest odmienna. Nie jest wtedy znane kryterium zdatności zadaniowej układu. Operatorowi (ściślej: diagnozowemu) nie jest bowiem znana poprawna wartość wysłanych przez *slave* zmiennych [6, 7].

W tej sytuacji należy zastosować komparacyjne diagnozowanie układu komunikacji.



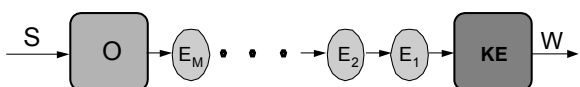
Rys. 3. Wybrane reakcje na komunikat-polecenie

3. KOMPARACYJNE DIAGNOZOWANIE EFEKTÓW WYTWARZANYCH SEKWENCYJNIE PRZEZ JEDEN OBIEKT

Diagnozowanie komparacyjne opiera się na porównaniu (komparacji) efektów wytwarzanych przez obiekt (układ komunikacji) w sytuacji braku informacji o kryterium zdatności zadaniowej

objektu. Poniżej przytoczony zostanie algorytm postępowania przy diagnozowaniu komparacyjnym w przypadku obiektu generującego sekwencyjnie efekt (obszerny opis znaleźć można w [1, 2]).

Otrzymany efekt jest funkcją sterowania i przebiegu procesu wytwarzania efektu. Proces ten może być zakłócony przez niestabilne (zanikające) niezdatności obiektu *O* lub niestabilne (zanikające) niesprzyjające oddziaływanie otoczenia. Właściwością obiektu jest możliwość wielokrotnego powtarzania procesu wytwarzania efektu (rys. 4). Poszczególne realizacje mogą się różnić od siebie. Odbiorca efektu nie wie, która z realizacji jest zgodna z pobudzeniem sterującym – czyli odpowiada wymaganiom. Zmuszony jest więc do wyboru efektu w oparciu o wynik „większościowy” metodą komparacyjną.



Rys. 4. Sekwencyjne wytwarzanie efektu przez obiekt

Oznaczenia: *S* – pobudzenia sterujące, *KE* – komparator efektów, *O* – obiekt, *W* – wynik komparacji efektów, *E₁-E_M* – efekty końcowe wytwarzane przez obiekt w kolejnych przedziałach czasu

Diagnozowanie otrzymanych efektów i porównanie wyników diagnozowania pozwala podzielić zbiór *W* otrzymanych wyników na *L* podzbiorów [1]:

$$W = \{W_1, W_2, \dots, W_L\} \quad (1)$$

Oznaczając przez *M* licznosc zbioru *W*, a przez *M₁*, *M₂*, ..., *M_L* licznosci podzbiorów *W₁*, *W₂*, ..., *W_L*:

$$M = \sum_{i=1}^L M_i \quad (2)$$

można przyjąć, że:

- skoro każdy efekt należący do podzbioru *W_i* (*i* = 1, 2, ..., *L*) ma taką samą postać to podzbiór ten zawiera wyłącznie efekty bezbłędne, tj. zgodne z wymaganiami lub zawiera efekty obarczone takim samym błędem;
- może istnieć co najwyżej jeden podzbiór zawierający efekty wymagane (bezbłędne);
- w każdym z podzbiorów zawierających błędne efekty występuje inny błąd – na co wskazują różnice w diagnozach:

$$\bigwedge_{\substack{i=1,2,\dots,L \\ j=1,2,\dots,L \\ i \neq j}} D(W_i) \neq D(W_j) \quad (3)$$

Na podstawie powyższych założeń:

- można wybrać zbiór zawierający efekty wymagane bez znajomości wzorca (kryterium) zdatości pod warunkiem, że zbiór W jest dostatecznie liczny,
- w przypadku dostatecznie dużego prawdopodobieństwa uzyskania wymaganego efektu można się spodziewać, że liczność podzbioru zawierającego efekty wymagane jest największa,
- w oparciu o zasadę większościową można uznać, że właśnie ten najliczniejszy podzbiór zawiera wyniki poprawnego funkcjonowania obiektu czyli efekty wymagane.

Zapisaćmy założenia formalne:

1. Efekt globalny (efekt na wyjściu obiektu) jest wynikiem zrealizowania zadania globalnego składającego się z pewnej liczby zadań cząstkowych.
2. Każde zadanie cząstkowe może zostać źle wykonane, a wówczas postać efektu globalnego jest nieprawidłowa (niezgodna z wymaganiami).
3. Błąd realizacji zadania cząstkowego (tj. uszkodzenie efektu cząstkowego) ma charakter losowy.
4. Prawdopodobieństwo poprawnego zrealizowania zadania cząstkowego wynosi R_e .
5. Prawdopodobieństwo poprawnego zrealizowania zadania globalnego wynosi:

$$R_g = R_e^N \quad (4)$$

gdzie: N – liczba zadań cząstkowych.

Wprowadźmy oznaczenia:

- ◆ $P(W_i/a)$ – prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że we wszystkich efektach należących do podzbioru W_i występuje jeden i ten sam błąd – różny od błędów w innych wadliwych (tj. zawierających efekty obarczone błędami) podzbiórach;
- ◆ a – warunek polegający na tym, że w pozostałych podzbiórach istnieje jeden podzbiór zawierający efekty bezbłędne oraz że wszystkie inne podzbiory zawierają efekty obarczone błędami – przy czym każdy wadliwy podzbiór zawiera jeden błąd, różny od błędów w innych wadliwych podzbiórach;
- ◆ $P(W_i/b)$ – prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że we wszystkich efektach należących do podzbioru W_i występuje jeden błąd, różny od błędów w innych wadliwych podzbiórach;
- ◆ b – warunek polegający na tym, że wszystkie pozostałe podzbiory zawierają efekty obarczone błędami – przy czym każdy podzbiór zawiera jeden błąd, różny od błędów w innych wadliwych podzbiórach;
- ◆ $P(W_i)$ – prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wszystkie efekty

należące do podzbioru W_i są bezbłędne.

W rozważanej sytuacji możliwe są następujące zdarzenia złożone, którychprawdopodobieństwa a priori można zapisać w postaci iloczynów:

- ◆ Z_1 – w podzbiórce W_1 wszystkie efekty są bezbłędne, a wszystkie pozostałe podzbiory zawierają wyłącznie efekty błędne:

$$P(Z_1) \cong P(W_1) \cdot P(W_2/a) \cdots P(W_L/a) \quad (5)$$

- ◆ Z_2 – w podzbiórce W_2 wszystkie efekty są bezbłędne, a wszystkie pozostałe podzbiory zawierają wyłącznie efekty błędne:

$$P(Z_2) \cong P(W_1/a) \cdot P(W_2) \cdots P(W_L/a) \quad (6)$$

⋮

- ◆ Z_L – w podzbiórce W_L wszystkie efekty są bezbłędne, a wszystkie pozostałe podzbiory zawierają wyłącznie efekty błędne:

$$P(Z_L) \cong P(W_1/a) \cdot P(W_2/a) \cdots P(W_L) \quad (7)$$

- ◆ Z_{L+1} – wszystkie podzbiory W_i zawierają wyłącznie efekty błędne:

$$P(Z_{L+1}) \cong P(W_1/b) \cdot P(W_2/b) \cdots P(W_L/b) \quad (8)$$

Prawdopodobieństwa warunkowe a posteriori wymienionych zdarzeń wyznaczyć można z następujących wyrażań:

$$P_w(Z_1) \cong \frac{P(Z_1)}{\sum_{j=1}^{L+1} P(Z_j)}, \dots, P_w(Z_{L+1}) \cong \frac{P(Z_{L+1})}{\sum_{j=1}^{L+1} P(Z_j)} \quad (9)$$

W postępowaniu diagnostycznym w zbiorze wartości $P_w(Z_i)$ należy znaleźć wartość największą:

$$P_w(Z_i^*) = \max_{i=1,2,\dots,L+1} P_w(Z_i) \quad (10)$$

Wynik diagnozowania komparacyjnego można uznać za dostatecznie wiarygodny jeśli spełniona jest nierówność:

$$P_w(Z_i^*) \geq P_{gr} \quad (11)$$

gdzie:

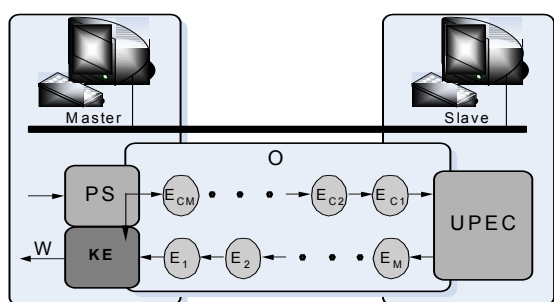
P_{gr} – wartość graniczna prawdopodobieństwa uznania za prawdziwą hipotezę mówiącą, że podzbiór W_i^* zawiera efekty bezbłędne (a podzbiory pozostałe są wadliwe) lub, że wszystkie podzbiory (łącznie z podzbiorem W_i^*) zawierają efekty błędne (rozumiemy oczywiście, że: $W_i^* : P_w(Z_i^*)$).

W przypadku niespełnienia warunku (11) należy zwiększyć liczbę M zrealizowanych efektów i powtórnie wyznaczyć zdarzenie (i odpowiadający mu zbiór) o najwyższym prawdopodobieństwie. Postępowanie takie można powtarzać tak długo, aż zostanie osiągnięty pożądany poziom prawdopodobieństwa $P_w(Z_i^*)$.

4. WIELOKROTNE POWTARZANIE WYTWARZANIA EFEKTU W UKŁADZIE KOMUNIKACJI

Rys. 5 przedstawia obiekt – układ komunikacji, w którym można wyróżnić kilka charakterystycznych elementów. W skład obiektu O wchodzi elementy znajdujące się zarówno w stacji master, jak i w stacji slave:

- generator pobudzeń sterujących PS (driver komunikacyjny ze scenariuszem wymian) stacji nadrzędnej wytwarza komunikaty-pytania traktowane w tym wypadku jako efekty cząstkowe (E_{Ci}),
- zadaniem układu przetwarzania efektów cząstkowych ($UPEC$) stacji podrzędnej jest reakcja na nadchodzące efekty cząstkowe – wykonanie polecenia oraz wygenerowanie odpowiedzi (traktowanej jako efekt końcowy E_i),
- komparator efektów (KE) znajduje się, podobnie jak generator pobudzeń w stacji nadrzędnej i pozwala wyznaczyć L podzbiorów wyników wytwarzania tego samego efektu (przesyłu polecenia – efektu cząstkowego oraz zbiorów różnych odpowiedzi).



Rys. 5. Układ komunikacji sekwencyjnie wytwarzający efekty

Oznaczenia:

- PS – generator pobudzeń sterujących,
 KE – komparator efektów, O – obiekt,
 W – wynik komparacji efektów,
 $UPEC$ – układ przetwarzania efektów cząstkowych, $E_{C1} - E_{CM}$ – efekty cząstkowe, $E_1 - E_M$ – efekty końcowe wytwarzane przez obiekt w kolejnych przedziałach czasu

Podstawowym warunkiem zastosowania metody komparacyjnego diagnozowania układu komunikacji jest generowanie przez obiekt sekwencyjnie takich samych efektów. Trudność realizacji polega na ciągłej zmianie przesyłanych w komunikatach wartości zmiennych. Są to przecież wartości zmiennych procesowych - dynamicznie zmieniające się podczas realizacji (przez stacje układu) procesów sterowania i wizualizacji. W jaki sposób zatem, można uzyskać zbiory efektów zawierające takie same wartości zmiennych. Mamy tu, jak wspomniano wcześniej do czynienia z dwoma głównymi rodzajami przesyłu.

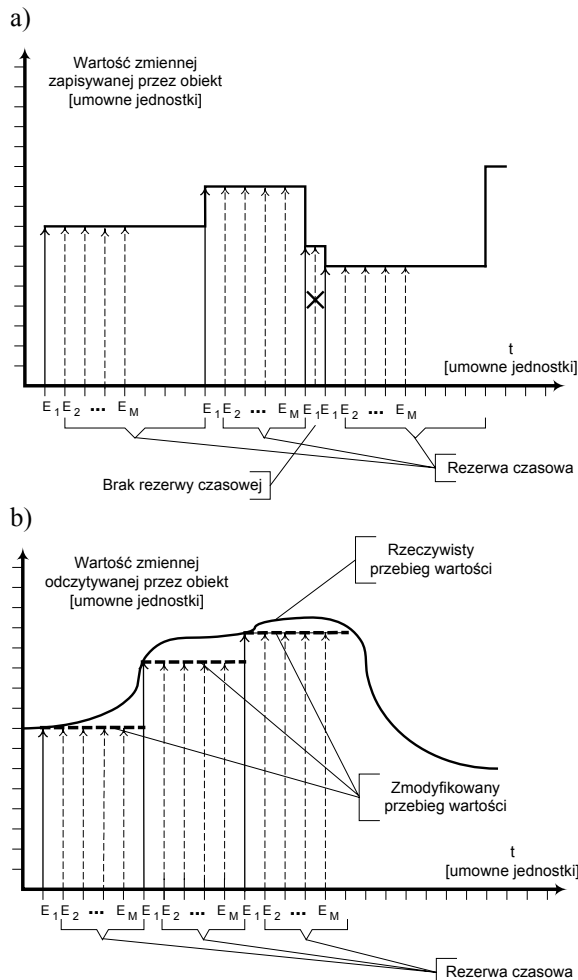
- zapisem wartości zmiennej do stacji slave,
- odczytem wartości zmiennej ze stacji slave.

W pierwszym przypadku rozwiązanie tego problemu można znaleźć poprzez kilkukrotny zapis tej samej wartości do stacji procesowej. Przesył komunikatu-polecenia zapisu wartości zmiennej do stacji dokonywany jest w pewnych odstępach czasu (rys. 6a, oznaczone ciągłymi strzałkami). Pozostały czas – rezerwę czasową – można wykorzystać na dodatkowe (nadmiarowe, oznaczone przerywanymi strzałkami) przesyły tego samego efektu, do chwili zmiany zapisywanej wartości. W niektórych przypadkach znacznego obciążenia magistrali komunikacyjnej i braku rezerwy czasowej (rys. 6a, oznaczone znakiem x) nie ma możliwości zastosowania tej metody w celu uzyskania zbioru wyników diagnozowania. Można wtedy spróbować korzystać z rezerwy czasowej po kolejnym przesłanym zgodnie ze scenariuszem efekcie (wraz z jego powtórzeniami).

Zastosowanie metody komparacyjnego diagnozowania efektów w drugim przypadku (odczytu wartości w procesie szybkozmiennym) wymaga pewnych dodatkowych „zabiegów”. Nawet jeżeli wartość w czasie szybko się zmienia, często cyklicznego odczytu dokonuje się z mniejszą częstością. Pozwala to na wykorzystanie czasu pomiędzy właściwymi przesyłami (rys. 6b, oznaczone ciągłymi strzałkami) i zgromadzenie dodatkowych (rys. 6b, oznaczone przerywanymi strzałkami) efektów potrzebnych do komparacji. Aby to nastąpiło, w czasie rezerwy czasowej wykorzystywanej na ponowne przesyły, wartość musi zostać „zatrzaśnięta” na poziomie pierwszego odczytu (w danej serii).

5. WNIOSKI

1. Na podstawie wyniku komparacyjnego diagnozowania układu komunikacji istnieje możliwość wyboru efektu bezbłędnego ze zbioru dostępnych efektów, mimo braku wzorcowego.
2. Podczas procesu diagnozowania komparacyjnego należy przyjąć graniczną wartość prawdopodobieństwa uznania danego podzbioru wyników diagnozowania za prawdziwy.
3. Zastosowanie metody komparacyjnej wymaga implementacji dodatkowych algorytmów obliczeniowych po obydwu stronach procesu komunikacji.
4. Zwiększenie liczności dostępnego zbioru efektów zwiększa wiarygodność diagnozy przy jednoczesnym zwiększeniu obciążenia magistrali komunikacyjnej.



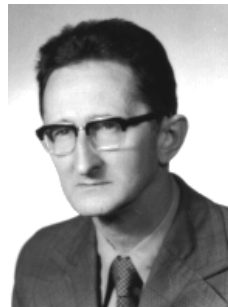
Rys. 6. Układ komunikacji:
a) zapis wartości; b) odczyt wartości

LITERATURA

- [1] Będkowski L., Dąbrowski T.: *Wpływ komparacyjnego diagnozowania efektu na niezawodność systemu*. Materiały XXXIV Zimowej Szkoły Niezawodności, Szczyrk 9÷14 stycznia 2006, ss.10.
- [2] Bednarek M., Będkowski L., Dąbrowski T.: *Układ komunikacji jako obiekt wielozadaniowy typu sieć – w ujęciu potencjałowym*. Materiały XXXIV ZSN, Szczyrk 9÷14 stycznia 2006, ss.10.
- [3] Bednarek M., Będkowski L., Dąbrowski T.: *Dozorowanie układu komunikacji w ujęciu potencjałowym*. Diagnostyka, PTDT, Vol. 33, 2005, str. 13÷18.
- [4] Bednarek M., Będkowski L., Dąbrowski T.: *Wieloprotocowe ujęcie eksploatacji układu komunikacji*, Diagnostyka, PTDT, Vol. 34, 2005, str. 31÷36.
- [5] Bednarek M., Będkowski L., Dąbrowski T.: *Wybrane funkcje systemu dozoru terapeutycznego w układzie komunikacji*. Diagnostyka, PTDT, Vol. 34, 2005.
- [6] Będkowski L., Dąbrowski T.: *Diagnozowanie na podstawie niepewnych syndromów stanu obiektu*.

Diagnostyka, PTDT, Vol. 1(37)/ 2006. str. 55÷60.

- [7] Będkowski L.: *Diagnozowanie z dwupoziomą komparacją niepewnych symptomów i syndromu stanu obiektu*. Diagnostyka, PTDT, Vol. 2(38)/ 2006. str. 109÷114.
- [8] Dąbrowski T.: *Badanie symulacyjne skuteczności diagnozowania komparacyjnego na przykładzie systemu alarmowego*. Diagnostyka, PTDT, Vol. 2(38)/ 2006. str. 115÷120.



Prof. dr hab. inż. **Lesław BĘDKOWSKI** jest nauczycielem akademickim w Wydziale Elektroniki Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie. Zainteresowania naukowe Profesora skupiają się głównie wokół następujących problemów: teoria diagnostyki technicznej, optymalizacja procedur diagnostycznych, diagnostyka systemów antropotechnicznych, diagnostyka w ujęciu potencjałowo-efektowym, teoria użytkownika w ujęciu wieloprotocowym, wieloprotocowe systemy dozoru terapeutycznego, diagnostyka bezpieczeństwa.



Dr hab. inż. **Tadeusz DĄBROWSKI** jest zatrudniony na stanowisku profesora nadzwyczajnego i pełni funkcję dyrektora Instytutu Systemów Elektronicznych Wydziału Elektroniki WAT. Zainteresowania naukowe koncentruje w obszarze teorii eksploatacji – głównie na diagnostyce technicznej. Do ważniejszych zagadnień, którymi się zajmował i/lub zajmuje należą: diagnostyka systemów antropotechnicznych (w aspekcie użytkowym i bezpieczeństwa); optymalizacja procesów diagnostyczno-obsługowych; komputerowe wspomaganie procesu diagnostyczno-obsługowego.



Dr inż. **Marcin BEDNAREK** jest absolwentem Wydziału Elektrycznego Politechniki Rzeszowskiej. Stopień doktora nauk technicznych uzyskał na Wydziale Elektroniki Wojskowej Akademii Technicznej. Pracuje na stanowisku adiunkta w Katedrze Informatyki i Automatyki Wydziału Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Głównym obszarem jego zainteresowań jest diagnostyka systemów, komunikacja w sieciach komputerowych oraz wizualizacja procesów.

KLASYFIKACJA RODZAJU I STOPNIA USZKODZENIA ZĘBÓW KÓŁ PRZEKŁADNI OPARTA NA CIĄGŁEJ TRANSFORMACIE FALKOWEJ I SIECI NEURONOWEJ TYPU MLP – KONCEPCJA WYKORZYSTANIA DANYCH Z MODELU I RZECZYWISTEJ PRZEKŁADNI

Piotr CZECH, Bogusław ŁAZARZ

Katedra Budowy Pojazdów Samochodowych, Wydział Transportu, Politechnika Śląska
ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice, e-mail: piotr.czech@polsl.pl; boguslaw.lazarz@polsl.pl

Streszczenie

W opracowaniu przedstawiono wyniki próby zastosowania sztucznej sieci neuronowej jako klasyfikatora rodzaju i stopnia uszkodzenia zębów kół w przekładni. Klasyfikator neuronowy oparto na sztucznej sieci neuronowej typu MLP. Dane wejściowe do klasyfikatora stanowiła macierz złożona z miar statystycznych otrzymanych z ciągłej analizy falkowej. Zidentyfikowany model przekładni zębatej pracującej w układzie napędowym oraz stanowisko mocy krążącej FZG posłużyły do generacji zbiorów uczących i testujących zastosowanych w eksperymencie.

Słowa kluczowe: diagnostyka, przekładnie zębate, sztuczne sieci neuronowe, ciągła transformata falkowa.

CLASSIFICATION OF KINDS AND DEGREE OF TOOTH GEAR FAIL BY USING CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM AND MLP NEURAL NETWORK – CONCEPTION OF USING DATES FROM THE MODEL AND REAL GEARBOX

Summary

The work presents results of an experiment that employs the artificial neuronal network in the task of identification of kinds and degree of tooth failure. Neural Networks were based on the Multi Layer Perceptrons. Statistical measures that describe the emergence and degree of tooth gear diagnostic served as input data for the artificial neural networks. The measures employed in the experiment were obtained from signals through the continuous wavelet transform. In the experiment the dynamic model of gearbox and power circulating gear testing machine was used as generator of data.

Keywords: diagnostics, gear faults, neural network, continuous wavelet transform.

1. WSTĘP

Przekładnie zębate ze względu na ich powszechne stosowanie w układach napędowych są obiektem zainteresowania wielu ośrodków zajmujących się diagnostyką maszyn [5, 7-9, 11-14, 18-21, 26-29, 31-34]. Prowadzone są prace w celu stworzenia odpowiednich narzędzi wspomagających procesy rozpoznawania uszkodzeń, zwłaszcza w ich początkowych stadiach. Różnorodność rozwiązań konstrukcyjnych przekładni i układów napędowych sprawia, że pomimo istnienia różnych algorytmów analizy sygnałów diagnostycznych oraz reguł wnioskowania opracowanych na ich podstawie, stopień pewności diagnozy jest w wielu przypadkach niewystarczający. Spowodowane jest to generowaniem przez różne rodzaje uszkodzeń przekładni podobnych zakłóceń w sygnale wibroakustycznym.

Wykrycie uszkodzenia już we wczesnej fazie może zapobiec uszkodzeniu maszyny i wynikających stąd wysokich strat ekonomicznych,

a w niektórych przypadkach nawet zagrożeniu życia ludzkiego.

Z dotychczasowych badań wynika, że około 60% awarii przekładni zębatych spowodowane jest uszkodzeniem zębów, około 90% tych uszkodzeń to lokalne uszkodzenia, do których należy pęknięcie u podstawy zęba oraz wykruszenie wierzchołka zęba. Głównym celem diagnostyki przekładni jest identyfikacja tych procesów już we wczesnych stadiach. Szczególne znaczenie nabiera tutaj diagnostyka nieinwazyjna, do której należą metody diagnostyki wibroakustycznej [2-5, 7-9, 11-14, 16-21, 24-29, 31-34].

Obecnie coraz częściej zawarte w sygnale symptomy uszkodzenia analizuje się z pomocą metod sztucznej inteligencji [1, 3, 8, 9, 11, 14, 17, 18, 24, 28]. Metody te pozwalają modelować dowolne nieliniowości, charakteryzując się odpornością na zakłócenia oraz zdolnością do uogólniania wiedzy [15, 17, 22, 23, 30].

W artykule przedstawiono wyniki eksperymentu, którego celem było zastosowanie sieci neuronowej typu MLP w zadaniu klasyfikacji

rodzaju i stopnia uszkodzenia zębów kół przekładni [9].

W eksperymencie zaproponowano sposób budowy i uczenia klasyfikatorów neuronowych wykorzystujących wzorce otrzymane z sygnałów drganiowych poddanych odpowiedniej filtracji i przetwarzaniu.

2. OBIEKT BADAŃ

Obiektem badań była przekładnia zębata pracująca w układzie napędowym. Parametry przekładni przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1: Parametry przekładni FZG

Parametr	Wartość
liczba zębów zębnika	$z_1 = 16$
liczba zębów koła	$z_2 = 24$
kąt pochylenia linii zębów	$\beta = 0^\circ$
współczynnik przesunięcia zarysu zębnika	$x_1 = 0,8635$
współczynnik przesunięcia zarysu koła	$x_2 = -0,5$
nominalny kąt przyporu	$\alpha = 20^\circ$
moduł nominalny	$m_n = 4,5 \text{ mm}$
czołowy wskaźnik przyporu	$\varepsilon_\alpha = 1,32$
współczynnik wysokości głowy zęba	$h_{ao} = 1$
współczynnik luzu wierzchołkowego	$c_o = 0,25$
szerokość koła	$b = 20 \text{ mm}$

W przeprowadzonych badaniach wykorzystano zidentyfikowany model przekładni zębatej pracującej w układzie napędowym oraz rzeczywistą przekładnię pracującą na stanowisku mocy krążącej FZG.

Wykorzystany w pracy model został opracowany na Wydziale Transportu Politechniki Śląskiej [19]. Zrealizowany w środowisku Matlab–Simulink model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym uwzględnia charakterystykę napędowego silnika elektrycznego, jednostopniowej przekładni zębatej, sprzęgieł oraz maszyny roboczej. Opis zjawisk zachodzących w zazębieniu jest zgodny z modelem Müllera.

W modelu przekładni zębatej symulowano lokalne uszkodzenia zębów w postaci pęknięcia u podstawy zęba i wykruszenia wierzchołka zęba. Ponieważ pęknięciu u podstawy zęba towarzyszy spadek sztywności zazębienia, uszkodzenie tego typu odwzorowano na zasadzie określenia procentowej zmiany sztywności w stosunku do przekładni bezbłędnej. Wykruszenie wierzchołka zęba na całej długości zostało zamodelowane jako skrócenie odcinka przyporu o wartość stanowiącą ustaloną część podziałki. Uwzględniono także

wpływ zmiany długości odcinka przyporu na czas zazębienia.

Obiekt rzeczywisty stanowiła przekładnia zębata pracująca w układzie mocy krążącej, w którego skład wchodził silnik elektryczny, przekładnia pasowa, badana przekładnia zębata, przekładnia zamykająca oraz sprzęgło napinające. Silnik elektryczny o mocy 15 [kW] za pośrednictwem przekładni pasowej napędzał przekładnię zamykającą. Obciążenie przekładni regulowano za pomocą dźwigni z obciążnikami, sprzęgła napinającego i wałków skrętnych. Prędkość pracy przekładni ustalano za pomocą przemiennika częstotliwości sterującego pracą silnika elektrycznego. Przekładnia badana oraz zamykająca posiadały jednakowe przełożenie i jednakowy rozstaw osi.

Na obiekcie rzeczywistym przeprowadzono pomiary drgań poprzecznych wału koła dla przekładni bez uszkodzeń oraz z uszkodzeniami w postaci pęknięcia w stopie zęba i wykruszenia wierzchołka zęba. Pomiarów dokonano dla uszkodzeń w różnym stopniu zaawansowania. Układ pomiarowy składał się z czujników położenia kąтового wałów, jednostki logicznej, wibrometru laserowego, analizatora sygnałów oraz komputera. Pomiaru drgań poprzecznych wału koła dokonano w kierunku siły międzyzębnej za pomocą wibrometru laserowego Ometron VH300+. Zgodnie z [20, 21] wybrano kierunek pomiarów pozwalający najlepiej rejestrować występujące przy uszkodzeniu elementów przekładni modulacje sygnału drganiowego. Jednostka logiczna wraz z dwoma czujnikami położenia kąтового wałów umożliwiła precyzyjne określenie momentu skojarzenia tej samej pary zębów. Zarejestrowany sygnał prędkości drgań oraz sygnał odniesienia z jednostki logicznej był przetwarzany w analizatorze sygnałów DSPT SigLab. Zmierzone sygnały rejestrowano w komputerze PC.

3. OPIS EKSPERYMENTU

Odpowiedni dobór i przygotowanie danych wzorcowych, które mają posłużyć do procesu uczenia klasyfikatorów opartych na metodach sztucznej inteligencji, warunkuje poprawność działania finalnego systemu diagnostycznego [1, 3, 9, 14, 15, 17, 22, 23, 30]. W badaniach zdecydowano się na wykorzystanie jako nośnika informacji o stanie obiektu technicznego, sygnału drganiowego emitowanego przez ten obiekt w czasie pracy.

Ponieważ zestaw wzorców musi zawierać dużą liczbę przykładów uczących założono, że nie ma możliwości pozyskania z badań na obiekcie rzeczywistym wystarczającej ich liczby dla wszystkich rodzajów uszkodzeń. W celu pozyskania niezbędnego do dalszych badań ciągu uczącego, zdecydowano się skorzystać z modelu

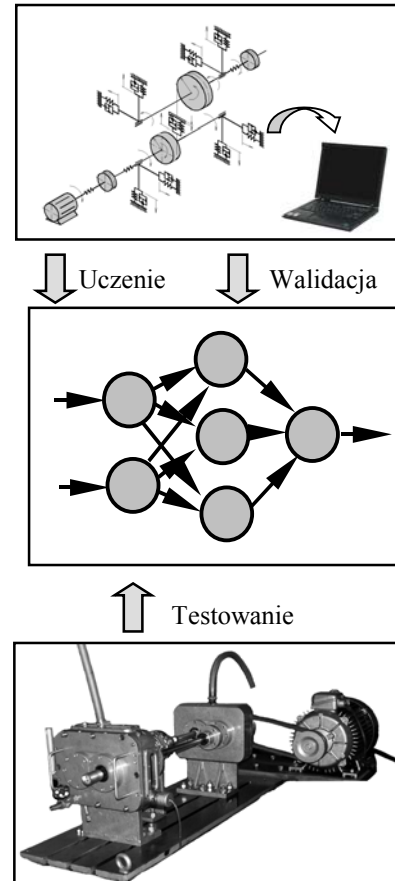
dynamicznego przekładni zębatej pracującej w układzie napędowym [19]. Mając na względzie potrzebny czas na uzyskanie z modelu symulacyjnego wystarczająco licznego wzorca, należało już na początku badań założyć liczbę i rozpiętość diagnozowanych klas uszkodzeń. Założono, że będą rozpoznawane następujące klasy:

- pęknięcie u podstawy zęba w postaci procentowego zmniejszenia sztywności pary zębów w stosunku do nieuszkodzonej przekładni o wartość:
 - klasa 1] 0 ÷ 9 %,
 - klasa 2] 10 ÷ 19 %,
 - klasa 3] 20 ÷ 29 %,
 - klasa 4] 30 ÷ 40 %,
- wykruszenie wierzchołka zęba w postaci procentu długości podziałki o jaki zmniejsza się odcinek przyporu w wyniku wystąpienia tego rodzaju uszkodzenia:
 - klasa 5] 0 ÷ 9 %,
 - klasa 6] 10 ÷ 19 %,
 - klasa 7] 20 ÷ 29 %,
 - klasa 8] 30 ÷ 40 %.

Konieczność pozyskania wystarczającego i obejmującego wszystkie sklasyfikowane wzorce uszkodzeń zębów kół przekładni zbioru danych wymusiła wielokrotne powtarzanie procesu symulacyjnego na modelu przekładni zębatej. Ponieważ dane uczące powinny obejmować jak najszerszą grupę przypadków dla każdej z klas, ustalono przeprowadzenie symulacji zmieniając co jeden procent wielkość uszkodzeń. Symulacje zostały przeprowadzone dla różnych wartości błędów cyklicznych i losowych zębów kół przekładni. W rezultacie otrzymano 902 sygnały prędkości drgań poprzecznych wału koła przekładni zębatej. Cała seria symulacji została powtórzona dla dwóch prędkości obrotowych wałów i dwóch obciążeń.

W badaniach założono, że klasyfikator neuronowy będzie podlegał uczeniu i walidacji na danych pochodzących z modelu dynamicznego przekładni zębatej, zaś procesowi testowania na danych otrzymanych z rzeczywistej przekładni zębatej (rys. 1).

Celem umożliwienia testowania tak uczonych klasyfikatorów neuronowych określono zależność pomiędzy powstającym pęknięciem, a zmianą sztywności w ząbieniu przekładni zębatej. W tym celu przeprowadzono badania z wykorzystaniem MES, MEB oraz badania doświadczalne na maszynie wytrzymałościowej MTS [9, 10].



Rys. 1. Schemat przyjętej metodologii pracy z klasyfikatorami neuronowymi

4. SPOSÓB BUDOWY WZORCÓW KLAS USZKODZEŃ

Celem eksperymentu było zastosowanie sztucznej sieci neuronowej do oceny rodzaju i stopnia uszkodzenia zębów kół przekładni.

Podstawowym problemem w przypadku użycia sztucznej sieci neuronowej jest odpowiedni dobór danych wejściowych [1, 3, 9, 14, 15, 17, 22, 23, 30].

W eksperymencie postanowiono sprawdzić przydatność jednego z najpopularniejszych i najdynamiczniej rozwijanych obecnie narzędzi analizy sygnałów niestacjonarnych – ciągłej transformaty falkowej [4-6, 8, 9, 11, 16, 17, 20, 24, 25, 29, 33, 34]. Znajduje ona zastosowanie przy analizie sygnałów procesów przejściowych, które często są wynikiem zmienności w czasie parametrów i nieliniowości [4, 6]. Analiza niestacjonarnych sygnałów wymaga posługiwania się oknami, które dla wysokich częstotliwości zostają zawężone, natomiast dla niskich zostają rozszerzone. Podstawową zaletą transformaty falkowej jest kompromis w doborze rozdzielczości w dziedzinie czasu i częstotliwości [4, 6]. Charakteryzuje ją zależność matematyczna:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-a}{b} \right) dt \quad (1)$$

gdzie:

a - współczynnik skali,

b - parametr przesunięcia w dziedzinie czasu.

W eksperymencie wyznaczono ciągłą transformatę falkową dla filtrowanych sygnałów czasowych zawierających składowe w zakresie częstotliwości:

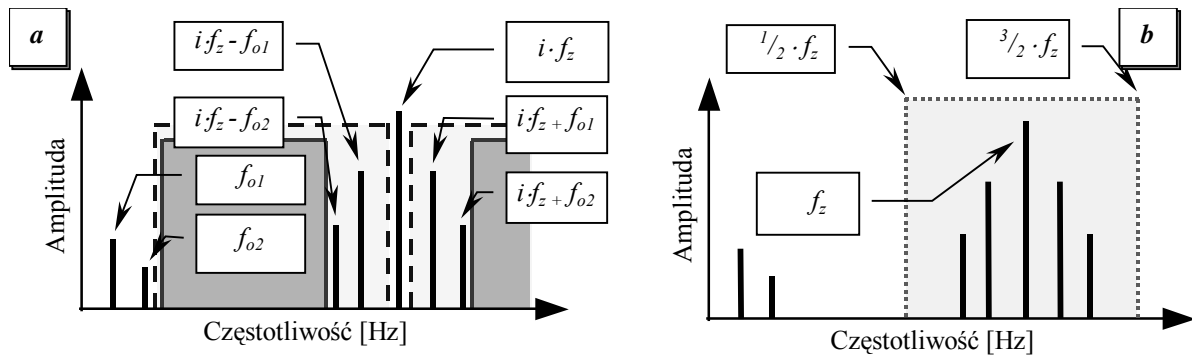
- do 12,8 kHz (nr sygnału = 1),
- do 6,4 kHz (nr sygnału = 2),
- do 6,4 kHz - sygnał różnicowy (nr sygnału = 3),
- do 6,4 kHz - sygnał resztkowy (nr sygnału = 4),
- od 0,5 fz do 1,5 fz (nr sygnału = 5).

Sposób filtracji sygnału pokazano na rys. 2.

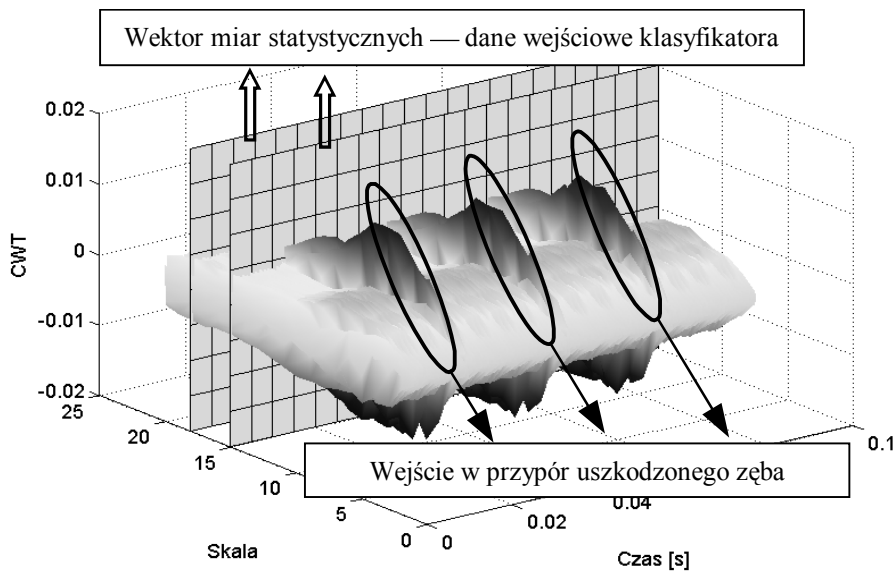
W procesie budowy wzorców klas uszkodzeń sprawdzano przydatność 83 falek bazowych należących do rodziny:

- haar wavelet,
- daubechies wavelets,
- biorthogonal wavelets,
- coiflets,
- symlets,
- morlet wavelet,
- mexican hat wavelet,
- meyer wavelet.

Celem opisu charakteru zmian amplitudy sygnału poddanego działaniu ciągłej transformaty falkowej dla 20 wybranych we wstępnej analizie skal wyznaczono miarę statystyczną. Miara ta opisywała przebieg zmian amplitudy rozkładu CWT w dziedzinie czasu. Sprawdzone przydatność 35 miar. Sposób postępowania został przedstawiony na rys. 3.



Rys. 2. Sposoby filtracji sygnału umożliwiające uzyskanie: (a) — sygnału różnicowego, --- sygnału resztkowego, (b) sygnału z pasma częstotliwości $\langle \frac{1}{2} f_z, \frac{3}{2} f_z \rangle$



Rys. 3. Sposób pozyskania danych wejściowych dla sztucznych sieci neuronowych

W tabeli 2 przedstawiono wybrane na podstawie badań wstępnych falki bazowe oraz miary [9].

Tabela 2: Wybrane miary i falki bazowe

Nr filtru	Nazwa miary	Nazwa falki
1	Wartość skuteczna	Reverse biorthogonal wavelet 3.7
2	Współczynnik impulsowości	Morlet wavelet
3	Wartość skuteczna	Morlet wavelet
4	Wartość maksymalna	Morlet wavelet
5	Wartość międzyszczytowa	Daubechies wavelet 9

5. Wyniki eksperymentu

Badania skuteczności diagnozowania rodzaju i stopnia uszkodzenia zębów kół przekładni przy wykorzystaniu klasyfikatora neuronowego przeprowadzono przy wykorzystaniu sieci neuronowej typu perceptron wielowarstwowy (MLP).

Na rys. 4 przedstawiono schemat sieci neuronowej wykorzystywanej w badaniach. Eksperymenty podzielono na dwie części. Celem pierwszej było określenie najlepszej architektury sieci. Badano wariant sieci z jedną oraz z dwoma warstwami ukrytymi. W każdym z przypadków sprawdzano wpływ liczby neuronów na poziom uzyskiwanej zgodności odpowiedzi klasyfikatora z wzorcem. Na podstawie badań wstępnych założono dla każdej warstwy ukrytej możliwość występowania 5, 10, 15, 20, 25 i 30 neuronów. Do pierwszej części eksperymentu wybrano metodę uczenia sieci MLP za pomocą algorytmu gradientowego. Wybór stanowił kompromis pomiędzy szybkością działania algorytmu, a wielkością błędu klasyfikacji tak nauczonej sieci neuronowej. W drugim etapie przeprowadzonych eksperymentów klasyfikator MLP z dobraną architekturą umożliwiającą uzyskiwanie najniższej wartości błędów uczono za pomocą 12 różnych metod (tabela 3). Sprawdzano jaki wpływ na poprawność uzyskiwanych wyników ma zastosowany algorytm uczenia sieci. Wszystkie eksperymenty z wykorzystaniem sieci neuronowych typu MLP zostały przeprowadzone dwukrotnie, dla klasyfikatorów zbudowanych w warstwach ukrytych z neuronów sigmoidalnych i tangensooidalnych.

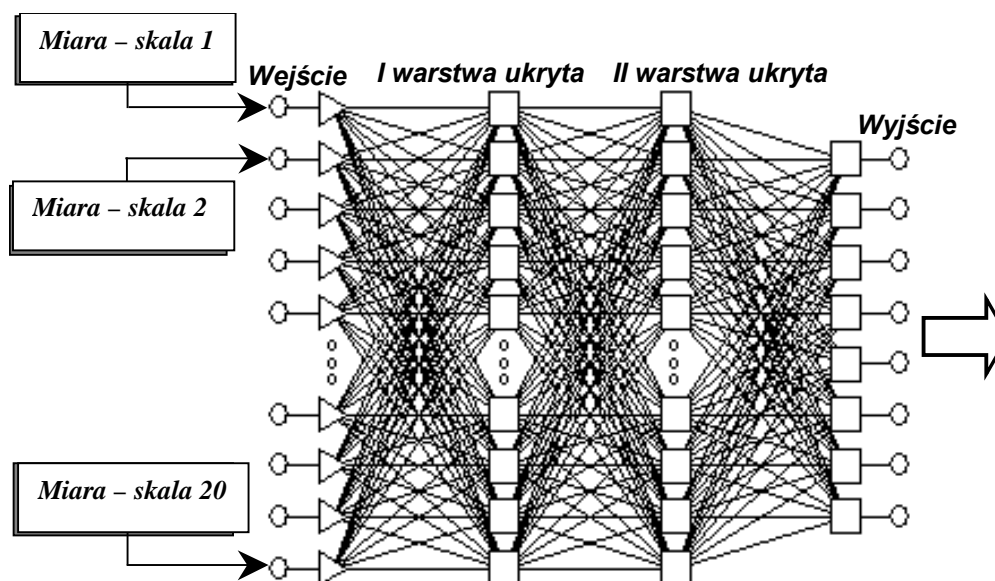
Tabela 3: Algorytmy uczenia sieci MLP

Nr algorytmu	Typ algorytmu
1	Algorytm gradientowy
2	Algorytm gradientowy ze współczynnikiem momentum
3	Algorytm gradientowy ze współczynnikiem momentum i adaptacyjnie dobiernym współczynnikiem uczenia
4	Algorytm RPROP
5	Algorytm sprzężonych gradientów Fletcher-Reeves
6	Algorytm sprzężonych gradientów Polak-Ribiere
7	Algorytm sprzężonych gradientów Powell-Beale
8	Algorytm skalowanych sprzężonych gradientów
9	Algorytm one step secant
10	Algorytm BFGS
11	Algorytm Levenberg-Marquardt
12	Algorytm Bayesian regularization

Przy doborze złożoności sieci zaobserwowano, iż zwiększenie liczby warstw ukrytych z odpowiednio dużą liczbą neuronów poprawia skuteczność klasyfikacji. Jest to wynikiem posiadania przez taką sieć większej liczby powiązań, które mogą przechowywać większą liczbę wzorców oraz lepiej korzystać z zapamiętanej wiedzy. Uzyskiwane wyniki pozwalają również zauważyć przypadki, w których wraz ze wzrostem liczby neuronów w pierwszej warstwie ukrytej, błąd najpierw spada, a następnie rośnie. Wynika to z faktu przeuczenia sieci, która traci własności generalizowania. Sieć taka jest wystarczająco złożona, aby nauczyć się prezentowanych jej w procesie uczenia wzorców na pamięć. Nie potrafi jednak w procesie sprawdzenia uogólnić tej wiedzy na podobne wzorce.

Otrzymane wyniki wskazują na znaczącą rolę doboru algorytmu uczenia sieci neuronowej typu MLP. Najniższymi wartościami błędu klasyfikacji stopnia uszkodzenia przekładni charakteryzowały się sieci neuronowe uczone przy wykorzystaniu metody uczenia nr 11 i 12 (tabela 3). Dla tych wariantów budowy klasyfikatorów wartości błędu są nawet do kilkudziesięciu razy niższe, niż w przypadku stosowania najmniej efektywnego algorytmu uczenia sieci.

Po zakończeniu procesu doboru architektury sieci oraz algorytmu uczenia przystąpiono do testowania tak zbudowanych klasyfikatorów. Proces testowania polegał na ostatecznym sprawdzeniu poprawności działania klasyfikatora na danych pochodzących z sygnałów drganiowych zarejestrowanych na rzeczywistej przekładni. Proces



Rys. 4. Schemat sieci neuronowej typu MLP wykorzystywanej w badaniach

postępowania był zgodny z przyjętą w badaniach metodologią (rys. 1).

W wyniku ostatecznego sprawdzenia klasyfikatorów neuronowych uczonych za pomocą danych otrzymanych z modelu symulacyjnego przekładni zębatej okazało się, że założenia odnośnie takiego sposobu budowy systemów diagnostycznych są błędne.

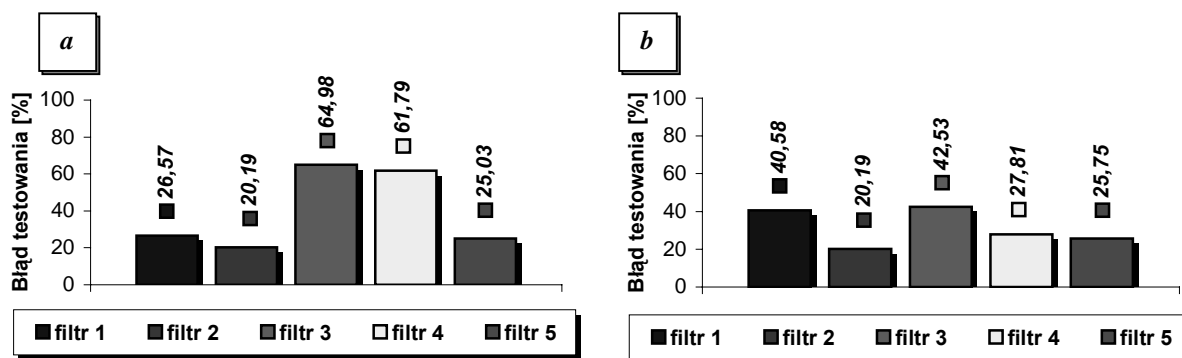
Niezależnie od sposobu budowy wzorców błąd testowania na danych pochodzących z rzeczywistej przekładni nie osiągał niższej wartości niż 65%.

Niepowodzenie eksperymentu spowodowało, iż zdecydowano się zmienić założenia odnośnie procesu uczenia i walidacji klasyfikatorów neuronowych. Do uczenia i walidacji klasyfikatorów rodzaju oraz stopnia uszkodzenia zębów kół przekładni postanowiono oprócz danych pochodzących z modelu dynamicznego przekładni dodać część danych pochodzących z badań na obiekcie rzeczywistym przekładni. Tak uczone klasyfikatory testowano na pozostałej części danych otrzymanych z rzeczywistej przekładni zębatej. Wyniki uzyskane dla tak zbudowanych

klasyfikatorów neuronowych diagnozujących rodzaj i stopień uszkodzenia zębów kół przekładni przedstawiono na rys. 5.

Dla wszystkich wariantów przebadanych zestawów wzorców uzyskano niższe wartości błędu testowania niż dla klasyfikatorów neuronowych uczonych tylko na danych pochodzących z modelu przekładni zębatej. Najlepsze rezultaty poprawności diagnozy stanu zębów kół odnotowano dla klasyfikatorów wykorzystujących wzorce otrzymane przy użyciu filtru nr 2. W tym przypadku zarówno dla sieci neuronowych zbudowanych w warstwach ukrytych z neuronów typu sigmoidalnego, jak również tangensoidalnego, najniższy błąd testowania wynosił 20,19%.

Przeprowadzone badania pokazały, że możliwe jest zbudowanie klasyfikatora neuronowego dwóch rodzajów uszkodzeń zębów kół w różnych stanach zaawansowania dla przekładni pracującej z różnymi prędkościami obrotowymi wałów oraz pod różnym momentem obciążenia.



Rys. 5. Najlepsze uzyskane wyniki procesu testowania dla klasyfikatorów neuronowych typu MLP zbudowanych w warstwach ukrytych z neuronów typu: a – sigmoidalnego, b – tangensoidalnego

5. PODSUMOWANIE

Stosując systemy ekspertowe wykorzystujące metody sztucznej inteligencji, należy pozyskać odpowiednio liczną bazę danych dotyczących diagnozowanych uszkodzeń o różnym typie i stopniu zaawansowania. W literaturze można zauważyć rozwijaną w ostatnich latach tendencję wykorzystywania modeli rzeczywistych obiektów w procesach opracowywania narzędzi diagnostycznych [2, 9, 13, 17, 19, 34]. Trudności związane z uzyskaniem danych z rzeczywistego obiektu, dotyczących konkretnego zjawiska, można rozwiązać stosując odpowiednio dostrojone modele. Sposób ten jest szybszy, ekonomiczniejszy a w wielu wypadkach stanowi jedyną możliwość.

Przy wykorzystaniu metod sztucznej inteligencji do celów diagnostycznych, istotnym problemem jest dobór danych, na podstawie których system diagnozowałby stan obiektu. Należy jednak zaznaczyć, że nie istnieją jednak gotowe schematy pozwalające na ich najwłaściwszy wybór, a wręcz literatura wskazuje na konieczność empirycznego podejścia do każdego z przypadków.

W artykule przedstawiono wyniki eksperymentu mającego na celu stworzenie klasyfikatora neuronowego diagnozujące rodzaj i stopień uszkodzeń zębów kół przekładni. Na podstawie uzyskanych wyników można wysunąć tezę o słuszności wykorzystywania modeli obiektów w procesie uczenia sieci neuronowych klasyfikujących uszkodzenia występujące w rzeczywistych obiektach.

Wyniki uzyskane w pracy [9] wskazują na możliwość znacznej poprawy pracy klasyfikatora wykorzystującego dane pochodzące z modelu oraz z rzeczywistej przekładni. Można to uzyskać poprzez zastosowanie podziału zadań w zespole sieci neuronowych. W tym przypadku każda sieć neuronowa odpowiedzialna jest za diagnozowanie jednego rodzaju uszkodzenia zębów kół przekładni pracującej w danym jednym punkcie pracy (przy jednej prędkości i jednym obciążeniu).

Kolejną możliwością poprawy uzyskiwanych wyników jest identyfikacja i uwzględnienia w modelu dodatkowych zjawisk.

Literatura

- [1] Adamczyk J., Cioch W., Krzyworzeka P.: *Możliwości neuronowej klasyfikacji stanu w zmiennych warunkach pracy obiektu*, ZEM, Z. 2, Vol. 34, Radom, 1999.
- [2] Bartelmus W.: *Mathematical modelling and computer simulations as an aid to gearbox diagnostics*. Mechanical Systems and Signal Processing 15(5)/2001.
- [3] Bartelmus W., Zimroz R.: *Application of self-organised network for supporting condition*

evaluation of gearboxes. Artificial Intelligence Methods "AI-METH". Gliwice 2004.

- [4] Batko W., Ziółko M.: *Zastosowanie teorii falek w diagnostyce technicznej*. AGH, Kraków 2002.
- [5] Baydar N., Ball A.: *Detection of gear failures via vibration and acoustic signals using wavelet transform*. Mechanical Systems and Signal Processing 17(4)/2003.
- [6] Białasiewicz J.: *Falki i aproksymacje*. WNT. Warszawa 2000.
- [7] Cempel C.: *Diagnostyka wibroakustyczna maszyn*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1989.
- [8] Chen D., Wang W. J.: *Classification of wavelet map pattern using multi-layer neural networks for gear fault detection*. Mechanical Systems and Signal Processing (2002) 16(4).
- [9] Czech P.: *Wykrywanie uszkodzeń przekładni zębatych za pomocą metod sztucznej inteligencji*. Rozprawa doktorska. Katowice 2006.
- [10] Czech P., Folega P.: *Doświadczalne wyznaczanie sztywności zębów kół*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Transport, z. 57. Gliwice 2005.
- [11] Czech P., Łazarz B., Madej H.: *Wykorzystanie analizy falkowej i współczynników Hoelderera w identyfikacji pęknięcia stopy zęba przy użyciu neuronowego klasyfikatora SVM* (rozdział w monografii pod redakcją Radkowski St.: Degradacja systemów technicznych. Analiza ryzyka i diagnostyka procesów degradacyjnych i zmęczeniowych). Warszawa 2004.
- [12] Dalpiaz G., Rivola A., Rubini R.: *Effectiveness and sensivity of vibration processing techniques for local fault detection in gears*. Mechanical Systems and Signal Processing (2000) 14(3).
- [13] Dąbrowski Z., Radkowski St., Wilk A.: *Dynamika przekładni zębatych. Badania i symulacja w projektowaniu eksploatacyjnie zorientowanym*. ITE 2000.
- [14] Dybała J., Radkowski S.: *Geometrical method of selection of features of diagnostic signals*. Mechanical Systems and Signal Processing 21(2)/2007.
- [15] Hu Y. H., Hwang J. N.: *Handbook of neural network signal processing*. CRC Press 2002.
- [16] Kim H., Melhem H.: *Damage detection of structures by wavelet analysis*. Mechanical Systems and Signal Processing 26/2004.
- [17] Korbicz J., Kościelny J., Kowalczyk Z., Cholewa W.: *Diagnostyka procesów. Modele. Metody sztucznej inteligencji. Zastosowania*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2002.
- [18] Łazarz B., Czech P.: *Wykorzystanie sieci neuronowej do identyfikacji pęknięcia stopy zęba*, Diagnostyka' 31, 2004.

- [19] Łazarz B.: *Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej jako podstawa projektowania*, Biblioteka Problemów Eksploatacji, Katowice-Radom 2001.
- [20] Łazarz B., Wojnar G.: *Wykorzystanie analizy falkowej w diagnozowaniu lokalnych uszkodzeń kół zębatych*. Diagnostyka '30. 2004.
- [21] Madej H.: *Wykorzystanie sygnału resztkowego drgań w diagnostyce przekładni zębatych*. Diagnostyka Vol. 26, 2002.
- [22] Nałęcz M., Duch W., Korbicz J., Rutkowski L., Tadeusiewicz R.: *Sieci neuronowe. Biocybernetyka i Inżynieria Biomedyczna*, tom 6. Akademska Oficyna Wydawnicza EXIT. Warszawa 2000.
- [23] Osowski S.: *Sieci neuronowe do przetwarzania informacji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
- [24] Paya B. A., Esat I. I., Badi M. N. M.: *Artificial neural network based fault diagnostics of rotating machinery using wavelet transforms as a preprocessor*. Mechanical Systems and Signal Processing (1997) 11(5).
- [25] Peng Z. K., Chu F. L.: *Application of the wavelet transform in machine condition monitoring and fault diagnostics*. Mechanical Systems and Signal Processing 18/2004.
- [26] Radkowski S.: *Wibroakustyczna diagnostyka uszkodzeń niskoenergetycznych*, Biblioteka Problemów Eksploatacyjnych, Warszawa-Radom 2002.
- [27] Randall R. B.: *Detection and diagnosis of incipient bearing failure in helicopter gearboxes*. Engineering Failure Analysis 11 (2004).
- [28] Samanta B., Al-Balushi K. R.: *Artificial neural network based fault diagnostics of rolling element bearings using time-domain features*. Mechanical Systems and Signal Processing (2003) 17(2).
- [29] Sung C. K., Tai H. M., Chen C. W.: *Location defects of gear system by the technique of wavelet transform*. Mechanism and Machine Theory 35 (2000).
- [30] Tadeusiewicz R.: *Sieci neuronowe*, Akademska Oficyna Wydawnicza, Warszawa 1993.
- [31] Wang W. Q., Ismail F., Golnaraghi M. F.: *Assessment of gear damage monitoring techniques using vibration measurements*. Mechanical Systems and Signal Processing (2001) 15(5).
- [32] Wilk A., Łazarz B., Madej H.: *Vibration Processing Techniques for Fault Detection in Gearboxes*, Proceedings of DETC'2003 ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference Chicago, Illinois, USA, 2003.
- [33] Zheng H., Li Z., Chen X.: *Gear fault diagnosis based on continuous wavelet transform*. Mechanical Systems and Signal Processing 16(2-3)/2002.
- [34] Żółtowski B., Cempel C. (praca zbiorowa): *Inżynieria Diagnostyki Maszyn*. Biblioteka Problemów Eksploatacyjnych. Polskie Towarzystwo Diagnostyki Technicznej. Instytut Technologii Eksploatacji PIB Radom. Warszawa, Bydgoszcz, Radom 2004.



Dr inż. **Piotr CZECH** jest adiunktem w Katedrze Budowy Pojazdów Samochodowych Wydziału Transportu Politechniki Śląskiej. Rozprawę doktorską pt.: „Wykrywanie uszkodzeń przekładni zębatych za pomocą metod sztucznej inteligencji” obronił

z wyróżnieniem. W pracy naukowej zajmuje się wykorzystaniem metod sztucznej inteligencji (sieci neuronowych, logiki rozmytej, algorytmów genetycznych) oraz metod przetwarzania sygnałów w diagnostyce elementów układów napędowych.



Dr hab. inż. **Bogusław ŁAZARZ** jest profesorem nzw. w Katedrze Budowy Pojazdów Samochodowych Wydziału Transportu Politechniki Śląskiej. Specjalizuje się w zakresie diagnostyki wibroakustycznej przekładni zębatych, modelowania i wspomaganego komputerowo

projektowania układów przeniesienia napędu z przekładnią zębatą oraz metod przetwarzania sygnałów. Członek Polskiego Towarzystwa Diagnostyki Technicznej i Sekcji Podstaw Eksploatacji Komitetu Budowy Maszyn.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2006-2009 jako projekt badawczy 4T07B00230.

IDENTYFIKACJA WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH KONSTRUKCJI WSPORCZEJ CZĘŚCI PRASOWEJ MASZYNY PAPIERNICZEJ W WARUNKACH EKSPLOATACYJNYCH

Igor SORDYL, Franciszek SORDYL

VIBROEXPERT, ul. Miastkowska 51, 60-184 Poznań

fax: +48 (61) 868 41 35, e-mail: isordyl@vibroexpert.com.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono zagadnienia dotyczące identyfikacji własności dynamicznych konstrukcji wsporczej części prasowej maszyny papierniczej poddanej w warunkach eksploatacyjnych działaniu wielu poliharmonicznych wymuszeń dynamicznych. W pierwszej części artykułu omówiono okoliczności wskazujące na możliwość występowania wzmocnień rezonansowych odpowiedzi drganiowych na działające wymuszenia dynamiczne oraz przeanalizowano potrzeby i ograniczenia związane z realizacją identyfikacji własności dynamicznych konstrukcji. Ponadto wykazano, że wiarygodna estymacja własności dynamicznych omawianej konstrukcji wsporczej wymaga zastosowania testu dynamicznego z wykorzystaniem wymuszeń działających podczas normalnej eksploatacji maszyny papierniczej.

Wyniki rozważań przeprowadzonych w pierwszej części artykułu były podstawą realizacji badań własności dynamicznych konstrukcji wsporczej części prasowej maszyny papierniczej w warunkach eksploatacyjnych. Analiza wyników badań własności dynamicznych tej konstrukcji została przedstawiona w drugiej części artykułu. Dla uzyskanych przebiegów odpowiedzi drganiowych wyznaczono charakterystyki teoretyczne i dopasowano je do tych przebiegów uzyskując w ten sposób parametry dynamiczne badanej konstrukcji. Wyniki badań własności dynamicznych porównano następnie z wynikami obliczeń dynamicznych charakterystyk amplitudowych w oparciu o metodę elementów skończonych i na tej podstawie podjęto decyzję o realizacji modernizacji konstrukcji.

Słowa kluczowe: własności dynamiczne, badania dynamiczne, maszyna papiernicza.

IDENTIFICATION OF DYNAMIC PROPERTIES OF THE PAPER MACHINE PRESS PART SUPPORT STRUCTURE IN OPERATION CONDITIONS

Summary

The paper presents identification of dynamic properties of a paper machine press part support structure subjected to many polyharmonic excitations during operation. First part of the article contains description of circumstances pointing at possibility of resonant amplification of vibration responses to the dynamic excitations and analysis of needs and limitations connected with identification of the structure dynamic properties. Moreover it was pointed out that in order to realize reliable estimation of the support structure dynamic properties one should apply dynamic test using excitations acting during standard operation of the paper machine.

Results of considerations presented in first part of the article were the base to conduct the research of paper machine press part support structure dynamic properties in operation conditions. Analysis of research results of dynamic properties of this structure is presented in second part of the article. Theoretic characteristics were estimated for courses of vibration responses and matched to these courses in order to estimate dynamic parameters of the considered structure. Next, research results of structure dynamic properties and results of dynamic calculations realized on the base of finite element method were compared and decision concerning realization of the support structure modernization was made.

Keywords: dynamic properties, dynamic test, paper machine.

1. WSTĘP

W napędach wielu maszyn stosowane są przekształtniki częstotliwości umożliwiające eksploatację maszyn w założonym zakresie prędkości. Stawia to szczególne wymagania dotyczące własności dynamicznych konstrukcji.

Własności te powinny być ukształtowane w taki sposób, by w założonym zakresie prędkości nie występowały wzmocnienia rezonansowe odpowiedzi drganiowej na możliwe wymuszenia dynamiczne, jeżeli nie są one pożądane ze względu na realizowany proces technologiczny.

Podczas analiz dynamicznych w fazie projektowania należałoby uwzględnić możliwość występowania zarówno wymuszeń o częstotliwościach podstawowych wynikających z ruchu poszczególnych podzespołów maszyn jak i o częstotliwościach będących krotnościami tych częstotliwości podstawowych. Doświadczenia Autorów artykułu wskazują, że nie zawsze ma to miejsce. Wystąpienie niepożądanych wzmocnień rezonansowych odpowiedzi drganiowej na nieuwzględnione w obliczeniach wymuszenia dynamiczne może doprowadzić do narażenia konstrukcji maszyny na znaczne i niebezpieczne obciążenia dynamiczne. W wyniku działania tych obciążeń trwałość poszczególnych podzespołów może zostać istotnie obniżona [5].

W przypadku, gdy zachodzi podejrzenie, że w założonym zakresie prędkości maszyny występują wzmocnienia rezonansowe odpowiedzi drganiowej na działające wymuszenia dynamiczne, można rozwiązać problem na dwa sposoby [7].

Pierwszy sposób polega na opracowaniu zaleceń eksploatacyjnych zmierzających do wyłączenia z założonego zakresu prędkości maszyny zakresów prędkości, w których możliwe jest wystąpienie wzmocnień rezonansowych. Ten sposób rozwiązania problemu jest stosunkowo tani, ale wystarczający tylko wtedy, gdy wyłączenie wyznaczonych zakresów prędkości z eksploatacji jest akceptowane przez użytkownika maszyny.

Drugim sposobem rozwiązania problemu jest modyfikacja konstrukcji na podstawie wyników estymacji jej własności dynamicznych. Ten sposób rozwiązania problemu pozwala na eksploatację maszyny w pełnym założonym zakresie prędkości.

W wielu zakładach przemysłowych znaczny nacisk kładzie się na wzrost prędkości lub zwiększanie założonego zakresu prędkości pracy maszyn w celu zwiększania możliwości technologicznych i wydajności produkcji. Wiąże się to z koniecznością przeprowadzenia modernizacji parku maszynowego. Zakres modernizacji może obejmować:

- wymianę maszyn (napędów) oraz zmiany własności dynamicznych konstrukcji wsporczej,
- zmiany konstrukcyjne podzespołów, np. wymianę napędów na nowe, zapewniające pożądane zakresy prędkości – w przypadku dużych agregatów.

W drugim przypadku, po przeprowadzeniu modernizacji, istnieje duże prawdopodobieństwo, że w nowych, rozszerzonych zakresach prędkości maszyn mogą pojawić się wzmocnienia rezonansowe odpowiedzi drganiowej przy określonych prędkościach, będących poprzednio poza konstrukcyjnym zakresem prędkości maszyny. Wtedy konieczne byłoby albo wyłączenie z nowego zakresu prędkości eksploatacyjnych maszyny tych zakresów prędkości, w których występują wzmocnienia rezonansowe odpowiedzi drganiowej albo rozszerzenie modernizacji w celu zapewnienia

koniecznych zmian własności dynamicznych konstrukcji.

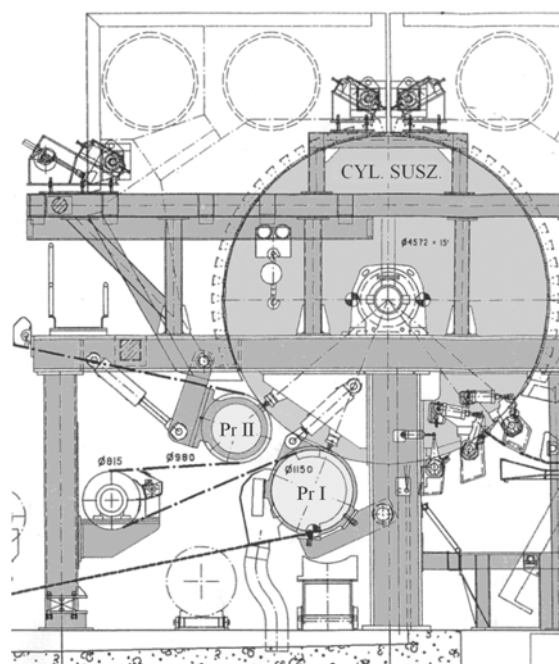
2. ANALIZA POTRZEB IDENTYFIKACJI WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH KONSTRUKCJI CZĘŚCI PRASOWEJ MASZYNY PAPIERNICZEJ

2.1. Część prasowa maszyny papierniczej

Na Rys. 1 przedstawiono schemat konstrukcyjny części prasowej maszyny papierniczej typu tissue, przeznaczonej do produkcji półsurowca wykorzystywanego do produkcji m. in. papieru toaletowego, ręczników papierowych, chusteczek higienicznych, itp.

Część prasowa zawiera następujące podstawowe podzespoły zamocowane do ramy ustawionej na fundamencie (patrz opis podzespołów na Rys. 1):

- **cylinder suszący** przeznaczony do suszenia wstęgi papieru,
- wał lub wały prasowe przeznaczone do odwadniania mokrej wstęgi papieru:
 - **wał prasowy I** (ssący) – o złożonej konstrukcji wewnętrznej (skrzynia ssąca) – **Pr I**,
 - w niektórych przypadkach stosowany jest dodatkowy **wał prasowy II** – **Pr II**.



Rys. 1. Część prasowa maszyny papierniczej

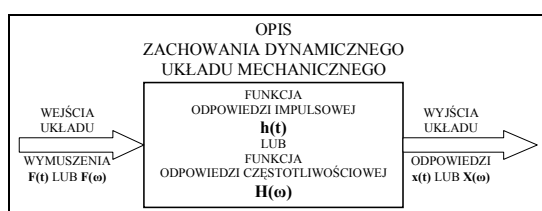
Wały prasowe i cylinder napędzane są własnymi układami napędowymi sterowanymi za pomocą układu automatycznej regulacji. Obudowy łożysk wałów prasowych mocowane są na ramionach hydraulicznych lub pneumatycznych systemów docisku wałów do cylindra suszącego.

Istotną cechą konstrukcji nośnych maszyn papierniczych jest przystosowanie ich do wymiany

odzieży maszynowej. Demontaż i niedokładny montaż elementów pośrednich może czasami spowodować istotną zmianę własności dynamicznych układu.

2.2. Wpływ własności dynamicznych układu na wartości odpowiedzi drganiowych na działające wymuszenia dynamiczne

Na Rys. 2 przedstawiony został schemat wyznaczania własności dynamicznych układu mechanicznego poprzez rozwiązanie zagadnienia „czarnej skrzynki”. W takim przypadku istnieje konieczność realizacji pomiaru wejść układu mechanicznego, czyli wymuszeń działających na układ oraz wyjść układu, czyli odpowiedzi układu na działające wymuszenia.



Rys. 2. Wyznaczanie własności dynamicznych układu mechanicznego poprzez rozwiązanie zagadnienia „czarnej skrzynki”

Na podstawie zmierzonych sygnałów wymuszeń oraz odpowiedzi układu wyznacza się charakterystyki czasowe (*funkcje odpowiedzi impulsowej $h(t)$*) lub częstotliwościowe (*funkcje odpowiedzi częstotliwościowej $H(\omega)$*) tworzące **model dynamiczny** układu. Wyznaczenie tych funkcji prowadzi do uzyskania pełnego opisu zachowania dynamicznego układu mechanicznego.

Poniżej przedstawiona została zależność wartości odpowiedzi drganiowej na działające wymuszenia od wartości wymuszeń oraz od własności dynamicznych konstrukcji – przy założeniu, że aproksymacja liniowa badanej konstrukcji jest wystarczająco dokładna:

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n h_{ij}(t) \circ F_j(t) \xrightarrow{\text{PRZEKSZT. FOURIERA}} X_i(\omega) = \sum_{j=1}^n H_{ij}(\omega) F_j(\omega)$$

gdzie:

$x_i(t)$ – wartość odpowiedzi drganiowej w punkcie i ($i = 1, 2, \dots, n$),

$F_j(t)$ – j -ta składowa wektora wymuszeń,

$h_{ij}(t)$ – funkcja odpowiedzi impulsowej w punkcie j na wymuszenie w punkcie i .

oraz:

$X_i(\omega)$ – przekształ. Fouriera odpowiedzi drganiowej w punkcie i ,

$F_j(\omega)$ – przekształ. Fouriera j -tej składowej wektora wymuszeń,

$H_{ij}(\omega)$ – funkcja odpowiedzi częstotliwościowej w punkcie j na wymuszenie w punkcie i .

Z powyższego wzoru wynika m. in., że niski poziom drgań mierzonych na obudowach łożysk lub

korpusach podzespołów nie zawsze świadczy o niskim poziomie wymuszeń dynamicznych działających na podzespoły i konstrukcję maszyny. Jeżeli podatność konstrukcji między miejscem oddziaływania wymuszeń dynamicznych i punktami obserwacji odpowiedzi drganiowej jest mała, to w punktach pomiarowych może być obserwowany niski poziom drgań, mimo wysokiego poziomu działających wymuszeń. W przypadku omawianej konstrukcji wsporczej części prasowej taka sytuacja ma miejsce w przypadku **wał prasowego I**. Na obudowach łożysk **wał prasowego II** zazwyczaj mierzony jest dużo wyższy poziom drgań niż na obudowach łożysk **wał prasowego I**, głównie ze względu na większą podatność konstrukcji w miejscu mocowania tego wału.

2.3. Konsekwencje niewłaściwego doboru własności dynamicznych konstrukcji wsporczych maszyn papierniczych

Maszyny papiernicze są złożonymi konstrukcjami mechanicznymi, na które działa wiele wymuszeń dynamicznych. Prędkości obrotowe niektórych wałów współczesnych maszyn papierniczych sięgają 1000 obr/min. W związku z tym konsekwencje wynikające z eksploatacji maszyn papierniczych o niewłaściwie dobranych własnościach dynamicznych są znacznie poważniejsze niż w przeszłości, gdy wały maszyn papierniczych pracowały z niewielkimi prędkościami obrotowymi i były osadzone w ramach o dużej sztywności dynamicznej dla stosowanych zakresów prędkości.

Konieczność identyfikacji własności dynamicznych maszyn podczas ich eksploatacji pojawiła się po pewnym okresie realizacji zadań diagnostyki technicznej maszyn papierniczych, zarówno modernizowanych, jak i nowych. Wynika to z faktu, że potrzeba prowadzenia analizy stanu dynamicznego jest w wielu przypadkach niedoceniana bądź niezrozumiana przez inwestorów oraz wykonawców modernizacji i producentów maszyn.

Podejrzenie, że w założonym zakresie prędkości mogą występować wzmocnienia rezonansowe odpowiedzi drganiowej na działające wymuszenia dynamiczne wynikało z analizy wyników obserwacji diagnostycznej zrealizowanych w kilku kolejnych sesjach pomiarowych. Na przykład, podczas pomiarów drgań obudów łożysk wałów sekcji prasowych maszyn papierniczych przy jednej prędkości maszyny obserwowano bardzo wysoką wartość jednej ze składowych harmonicznych odpowiedzi drganiowej, a przy mniejszej i większej prędkości wartość tej składowej była znacznie mniejsza [7].

Kolejnym sygnałem wskazującym na możliwość występowania wzmocnień rezonansowych odpowiedzi drganiowej na wymuszenia dynamiczne był fakt, że nawet dokładniejsze, niż określone przez producenta maszyny, wyważenie wałów nie

prowadziło do oczekiwanego obniżenia wpływu oddziaływań tego niewyważenia na poziom drgań.

Możliwość występowania wzmocnień rezonansowych odpowiedzi drganiowej na działające wymuszenia dynamiczne świadczyła o znacznym prawdopodobieństwie niewłaściwego doboru własności dynamicznych konstrukcji. Zjawiska świadczące o możliwości występowania wzmocnień rezonansowych obserwowane były również podczas pomiarów drgań obudów łożysk wałów innych części maszyn papierniczych (p. np. [5] i [6]) a także podczas pomiarów drgań obudów łożysk i korpusów maszyn pomocniczych, np. pomp próżniowych i wentylatorów. Jednak w dotychczasowej praktyce przemysłowej Autorów artykułu najpoważniejsze problemy związane były z niewłaściwie dobranymi własnościami dynamicznymi konstrukcji wsporczych części prasowych (i ich zespołów napędowych) różnych maszyn papierniczych.

2.4. Cel identyfikacji własności dynamicznych konstrukcji wsporczych maszyn papierniczych

Własności dynamiczne konstrukcji mechanicznych są jednym z podstawowych czynników określających wytrzymałość zmęczeniową i w konsekwencji trwałość i niezawodność konstrukcji. Na etapie projektowania oraz podczas eksploatacji konstrukcji wsporczych części prasowych maszyn papierniczych, często pojawiają się uzasadnione podejrzenia¹⁾, że w założonym zakresie prędkości lub przy założonej stałej prędkości mogą występować istotne wzmocnienia rezonansowe odpowiedzi drganiowej na działające wymuszenia dynamiczne. W celu weryfikacji występowania wzmocnień rezonansowych odpowiedzi drganiowej na działające wymuszenia dynamiczne i zaproponowania odpowiednich działań zmierzających do rozwiązania problemu należy przeprowadzić:

- analizę własności dynamicznych na etapie projektowania tych konstrukcji, w oparciu o analizę zachowań modelu konstrukcji,
- identyfikację charakterystyk dynamicznych konstrukcji w fazie prototypu (jeżeli jest to możliwe),
- **estymację i monitorowanie własności dynamicznych obiektu rzeczywistego w warunkach eksploatacyjnych.**

Po realizacji identyfikacji (estymacji) własności dynamicznych uzyskuje się odpowiedź na pytanie, czy są one właściwie dobrane. W przypadku, gdy odpowiedź jest negatywna, możliwe jest sformułowanie zaleceń zmian konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych, które spowodują taką zmianę zachowań dynamicznych, by w określonym zakresie prędkości nie wystąpiły niepożądane zjawiska

rezonansowe. W rezultacie ograniczone zostanie występowanie niebezpiecznych obciążeń dynamicznych, co zapewni bardziej efektywną eksploatację maszyn.

Do rozwiązania powyższych zadań opracowano metodę estymacji własności dynamicznych konstrukcji [7], dzięki której możliwe było:

- wyznaczenie niebezpiecznych zakresów prędkości oraz estymacja współczynników wzmocnień odpowiedzi drganiowych mierzonych w punktach pomiarowych konstrukcji poddawanej podczas eksploatacji działaniu wielu wymuszeń poliharmonicznych,
- sformułowanie zaleceń dotyczących koniecznych zmian własności dynamicznych w celu możliwości eksploatacji maszyny w założonym zakresie prędkości,
- sformułowanie zaleceń dotyczących eksploatacji maszyny z prędkościami będącymi poza zakresami, w których możliwe było wystąpienie wzmocnień rezonansowych; zalecenia te powinny być realizowane docelowo lub do czasu przeprowadzenia modernizacji konstrukcji prowadzącej do zmiany jej własności dynamicznych.

Metoda estymacji własności dynamicznych złożonych konstrukcji mechanicznych w warunkach eksploatacyjnych jest obecnie uzupełniana oraz rozszerzana. Ponadto podjęto prace dotyczące rozbudowy podstaw teoretycznych opracowanej metody.

Jak wspomniano wcześniej, na zachowanie dynamiczne podzespołów maszyn mają wpływ działające wymuszenia oraz własności dynamiczne konstrukcji. Obraz zachowania dynamicznego podzespołów, jako odpowiedzi drganiowej na działające wymuszenia, uzyskuje się w wyniku pomiarów drgań obudów łożysk. Punkty pomiarowe dobierane są indywidualnie dla każdego podzespołu. Kryterium doboru punktów pomiarowych stanowią m. in. realizowane zadania diagnostyki technicznej²⁾.

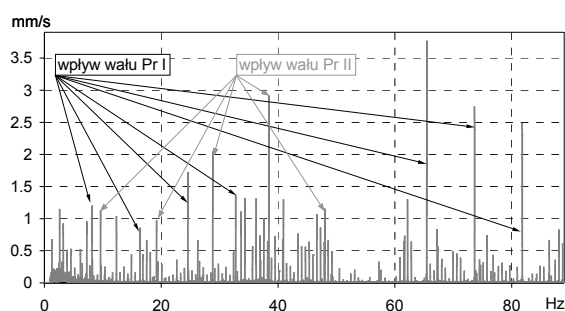
W każdym punkcie pomiarowym uzyskany obraz zachowania dynamicznego może być inny ze względu na różną podatność konstrukcji na działające wymuszenia w miejscach mocowania obudów łożysk podzespołów oraz różną drogę i różne tłumienie wymuszeń przez konstrukcję maszyny. Bez przeprowadzenia identyfikacji własności dynamicznych konstrukcji nie jest możliwe określenie rzeczywistych wartości działających wymuszeń.

¹⁾ Podejrzenia te są tym bardziej uzasadnione, im większe są założone prędkości podzespołów lub maszyn zamocowanych do konstrukcji

²⁾ W przypadku omawianej części prasowej czujniki drgań mierzące sygnały drganiowe na obudowach łożysk wałów prasowych w kierunku poprzecznym ustawiane są wzdłuż linii docisku **wału prasowego I** i **wału prasowego II** do cylindra suszącego.

2.5. Źródła wymuszeń dynamicznych działających na konstrukcję części prasowej

Na Rys. 3 przedstawiony jest przykładowy wynik analizy widmowej prędkości drgań obudowy łożyska **wału prasowego II** (Pr II – patrz Rys. 1). Widoczne są tu szeregi składowych harmonicznych ilustrujących odpowiedź drganiową na wymuszenia wynikające z oddziaływań **wału prasowego I** oraz **wału prasowego II**. Ponadto widoczny jest szereg składowych harmonicznych ilustrujących oddziaływanie filcu przechodzącego pomiędzy wałami prasowymi i cylindrem, przenoszone poprzez konstrukcję wsporczą maszyny na obudowy łożysk wałów.



Rys. 3: Widmo amplitudowe prędkości drgań obudowy łożyska **wału prasowego II**

Podzespoły zamocowane do konstrukcji wsporczej części prasowej maszyny papierniczej oraz odzież maszynowa pracują z różnymi prędkościami obrotowymi. Każdy z podzespołów podczas pracy generuje poliharmoniczne wymuszenia dynamiczne o różnych częstotliwościach podstawowych.

Tabela 1 przedstawia zestawienie najistotniejszych źródeł wymuszeń zidentyfikowanych podczas badań własności dynamicznych konstrukcji oraz składowych harmonicznych prędkości drgań ilustrujących oddziaływanie poszczególnych wymuszeń w wynikach analiz widmowych.

Tabela 1: Najistotniejsze źródła wymuszeń dynamicznych wałów prasowych oraz składowe harmoniczne ilustrujące oddziaływanie wymuszeń

Źródło wymuszenia	Krotności			
	częstotliwości obrotów wałów lub częstotliwości obiegu filcu			
	1	2-3	4-12	12-...
Niewyważenie wałów	X	---	---	---
Niewspółosiowość czopów	X	X	---	---
Wady powierzchni wałów	X	X	X	---
Oddziaływania filcu	X	X	X	X

Wymuszenia wynikające z niewspółosiowości czopów oraz z wad powierzchni wałów prasowych, działające na część prasową maszyny papierniczej, są ilustrowane w widmach amplitudowych drgań

również przez harmoniczne o częstotliwościach podstawowych. Ponadto mają one istotny wpływ na wartości odpowiedzi drganiowych na wymuszenia o częstotliwościach podstawowych. Konsekwencje wynikające z tego faktu zostaną przedstawione w rozdziale 3.

Występowanie wielu wymuszeń poliharmonicznych o małych różnicach między ich częstotliwościami podstawowymi jest istotnym problemem, który należy wziąć pod uwagę podczas identyfikacji własności dynamicznych w warunkach eksploatacyjnych. Powoduje to, że estymacja własności dynamicznych konstrukcji części prasowych maszyn papierniczych jest zagadnieniem trudnym i wymagającym zastosowania analiz widmowych o bardzo dużej rozdzielczości.

W przypadku bardzo dobrego stanu technicznego wałów, cylindra i filcu wymuszenia mogą mieć małe wartości, co wpływa na wartości błędów pomiarowych podczas identyfikacji własności dynamicznych. Jest to kolejny istotny problem, który należy wziąć pod uwagę podczas identyfikacji w warunkach eksploatacyjnych.

3. OGRANICZENIA ZWIĄZANE Z IDENTYFIKACJĄ WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH CZĘŚCI PRASOWEJ MASZYNY PAPIERNICZEJ W WARUNKACH EKSPLOATACYJNYCH

Realizacja wiarygodnej estymacji własności dynamicznych konstrukcji mechanicznej wymaga wyznaczenia charakterystyk amplitudowych oraz charakterystyk fazowych na podstawie analizy odpowiedzi drganiowej na działające wymuszenia dynamiczne.

Następnie na podstawie wyznaczonych charakterystyk amplitudowych i fazowych estymuje się charakterystyki teoretyczne, dobierając częstotliwości drgań własnych oraz stopnie tłumienia np. z wykorzystaniem algorytmu **curve fitting** [2, s. 153-195]. Po estymacji częstotliwości drgań własnych oraz stopni tłumienia estymuje się postacie drgań własnych badanej konstrukcji.

Z przeprowadzonej dotychczas analizy stanu wiedzy wynika, że podstawą opracowanych dotychczas metod estymacji własności dynamicznych konstrukcji mechanicznych w warunkach eksploatacyjnych (tzw. Eksploatacyjna Analiza Modalna) jest założenie, że wymuszenie działające na badaną konstrukcję ma charakter białego szumu [3]. Opracowano modyfikacje części z tych metod uwzględniające dodatkowe oddziaływanie wymuszeń harmonicznych [4]. Jednak zastosowanie tych metod do estymacji własności dynamicznych złożonych konstrukcji mechanicznych nie jest możliwe w przypadku, gdy wymuszenia działające na rozważaną konstrukcję są okresowe.

Podczas eksploatacji na konstrukcję części prasowej maszyny papierniczej działają wymuszenia

okresowe, będące sumą wielu składowych harmonicznym o istotnym udziale energetycznym:

$$F_i(t) = \sum_{k=1}^n F_{ik} \sin(2\pi k f_{0i} t + \varphi_k)$$

gdzie:

$F_i(t)$ – wymuszenie okresowe o okresie $T_{0i} = 1/f_{0i}$,

F_{ik} – amplituda wymuszenia harmonicznego o częstotliwości kf_{0i} ,

φ_k – początkowy kąt fazowy składowej harmonicznnej nr k.

W przypadku, gdy przynajmniej jedna z częstotliwości f_{0i} jest liczbą niewymierną, to suma wymuszeń okresowych $F_i(t)$ nie jest wymuszeniem okresowym. W takim przypadku postać drgań wymuszonych jest nieokresową funkcją czasu. Możliwe jest wtedy wyznaczenie jedynie chwilowych (niepowtarzalnych) postaci drgań wymuszonych.

W związku z tym, estymacja parametrów dynamicznych w warunkach eksploatacji z wieloma stacjonarnymi wymuszeniami okresowymi nie jest możliwa za pomocą znanych metod Eksploatacyjnej Analizy Modalnej. W przypadku badań własności dynamicznych konstrukcji wspaniejszej części prasowej maszyny papierniczej wykorzystany został fakt, że maszyna papiernicza pracuje ze stałą prędkością wybraną (ze względów technologicznych) z pewnego zakresu prędkości. Okazało się, że dla celów identyfikacji własności dynamicznych możliwe było przeprowadzenie pomiarów dla różnych prędkości z zakresu prędkości maszyny papierniczej.

Podczas badań własności dynamicznych złożonej konstrukcji mechanicznej w warunkach eksploatacyjnych nie ma możliwości pomiaru wymuszeń dynamicznych działających na konstrukcję (stanowiących wejścia układu mechanicznego). Wyznaczenie ruchu punktów pomiarowych odpowiadających kolejnym postaciom drgań własnych jest bardzo trudne, a w większości przypadków niemożliwe, ze względu na:

- brak możliwości pomiarów kątów fazowych między odpowiednimi składowymi wymuszenia i odpowiedzi dla składowych harmonicznym o częstotliwościach będących krotnościami częstotliwości podstawowej,
- niejednoznaczność pomiarów kątów fazowych dla składowych harmonicznym o częstotliwościach podstawowych.

W takim przypadku estymacja własności dynamicznych musi ograniczać się do estymacji **częstotliwości drgań własnych** oraz **tłumienia drgań własnych** konstrukcji mechanicznej z wykorzystaniem pomiarów odpowiedzi drganiowej podczas pracy maszyny z różnymi prędkościami (stałymi podczas pomiaru), w wybranych punktach pomiarowych (stanowiących wyjścia układu mechanicznego).

Estymacja parametrów dynamicznych jest realizowana w oparciu o dyskretne charakterystyki

drganiowe przedstawiające wartości określonych składowych harmonicznym w funkcji częstotliwości. Błąd estymacji wartości **częstotliwości drgań własnych** oraz **tłumienia drgań własnych** uwarunkowany jest wzajemnym wpływem poszczególnych postaci drgań własnych, np. możliwości wymuszenia kilku postaci drgań własnych przez jedno wymuszenie harmoniczne. Może to mieć miejsce np. w przypadku małej różnicy między wartościami częstotliwości drgań własnych [1].

4. MOŻLIWOŚĆ STOSOWANIA TESTÓW DYNAMICZNYCH DLA CZĘŚCI PRASOWYCH MASZYN PAPIERNICZYCH

Estymacja własności dynamicznych konstrukcji mechanicznych wymaga zastosowania **testu dynamicznego**, który polega na poddaniu układu wymuszeniu w określonym zakresie częstotliwości i badaniu odpowiedzi drganiowej tego układu. W testach dynamicznych stosowane są różne wymuszenia [2, s. 94-104], [8, s. 86-94]:

- wymuszenia zewnętrzne (zwykle z pomiarem sił wymuszających), np.:
 - wymuszenie harmoniczne o stałej amplitudzie i wolno zmieniającej się częstotliwości w założonym zakresie częstotliwości,
 - wymuszenie szerokopasmowe,
 - wymuszenie impulsowe z określonym sposobem wymuszenia w celu zapewnienia wiarygodnych wyników w założonym zakresie częstotliwości,
- wymuszenie siłami działającymi podczas eksploatacji [9, s. 1-4] lub podczas rozbiegu/wybiegu maszyny (w tym przypadku brak jest możliwości pomiaru sił wymuszających drgania układu).

Testy dynamiczne z zastosowaniem wymuszeń zewnętrznych muszą być realizowane podczas postoju maszyny.

W przypadku części prasowych maszyn papierniczych podczas zatrzymywania oraz postoju wały prasowe muszą być odstawione od siebie, lub od cylindra suszącego (w przypadku maszyn typu tissue) m.in. ze względu na możliwość powstania odkształceń na ich powierzchniach. Próba przeprowadzenia identyfikacji własności dynamicznych części prasowej maszyny papierniczej podczas postoju wykazała, że na postać odpowiedzi drganiowych duży wpływ miały oddziaływania wynikające z luzów w mocowaniach wałów prasowych. Oddziaływania wynikające z luzów nie były obserwowane podczas testów realizowanych w warunkach eksploatacyjnych. Ten fakt jest kolejnym dowodem na to, że badana konstrukcja ma podczas postoju inne własności dynamiczne niż podczas eksploatacji. W przypadku badań własności dynamicznych konstrukcji podczas postoju maszyny

papierniczej nie jest możliwe uzyskanie konfiguracji układu odpowiadającej warunkom eksploatacyjnym:

- docisków wałów prasowych do cylindra suszącego,
- wartości temperatury i ciśnienia wewnątrz cylindra warunkujących układ i reakcje więzów wpływających na własności dynamiczne.

Zachowanie dynamiczne podzespołów części prasowej maszyny papierniczej podczas eksploatacji zależy od stosowanych parametrów pracy, m.in.: wartości docisków wałów prasowych, stanu filcu, jakości powierzchni wałów i cylindra, wartości i rozkładu temperatur.

Są to istotne cechy części prasowych maszyn papierniczych, które powodują, że własności dynamiczne tych konstrukcji podczas postoju odbiegają od własności dynamicznych podczas eksploatacji maszyny papierniczej. W takim przypadku realizacja testu dynamicznego z zastosowaniem wymuszenia zewnętrznego, podczas postoju maszyny, prowadzi do identyfikacji własności dynamicznych innego układu mechanicznego niż w przypadku zastosowania wymuszeń siłami działającymi podczas eksploatacji. Informacje o własnościach dynamicznych konstrukcji wsporczej części prasowych maszyn papierniczych, wyznaczone podczas postoju, nie będą informacjami użytecznymi z punktu widzenia użytkowników maszyn papierniczych. Uzyskanie wiarygodnych informacji o zachowaniu dynamicznym części prasowych maszyn papierniczych podczas eksploatacji wymaga zatem realizacji testu dynamicznego z zastosowaniem wymuszeń siłami działającymi podczas eksploatacji.

5. ESTYMACJA WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH

5.1. Badania własności dynamicznych

W oparciu o rozważania przedstawione w rozdziale 3, przeprowadzone zostały badania własności dynamicznych konstrukcji części prasowej maszyny papierniczej.

Tabela 2 przedstawia warunki realizacji poszczególnych badań.

Tabela 2. Warunki realizacji badań własności dynamicznych konstrukcji.

Nr	Zakres prędkości [m/min]	Krok [m/min]	Wał prasowy I	Wał prasowy II
PRZED MODERNIZACJĄ KONSTRUKCJI				
1	1300-1800	20	Pr I A	Pr II B
2	1600-1800	10	Pr I B	Pr II B
3	1200-1800	8	Pr I A	Pr II A
PO MODERNIZACJI KONSTRUKCJI				
4	1352-1800	8	Pr I B	Pr II B

Podczas badań mierzono odpowiedzi drganiowe na eksploatacyjne wymuszenia dynamiczne

w punktach pomiarowych zlokalizowanych na obudowach łożysk:

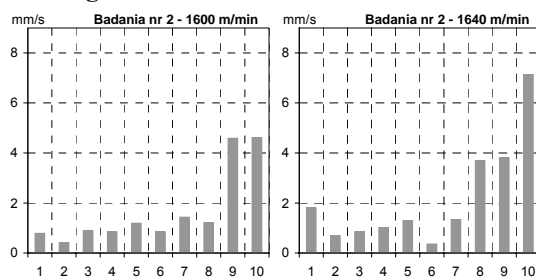
- **wału prasowego I** oraz **wału prasowego II** – w kierunku poprzecznym, wzdłuż linii działania siły docisku danego wału do **cylindra suszącego**,
- **cylindra suszącego** – w kierunku poziomym.

Badania własności dynamicznych zostały przeprowadzone czterokrotnie: trzy razy przed modernizacją i czwarty raz po modernizacji konstrukcji wsporczej.

Wały prasowe poddawane są co kilka miesięcy czynnościom naprawczym. W zakres tych czynności może wchodzić m. in. wymiana płaszcza gumowego, wyważanie wału i szlifowanie powierzchni gumowej powłoki. W tym czasie maszyna papiernicza pracuje z drugim kompletem wałów prasowych. Dla potrzeb artykułu będą one oznaczone **Pr I A**, **Pr I B**, **Pr II A** i **Pr II B**.

5.2. Analiza przebiegów składowych harmonicznych

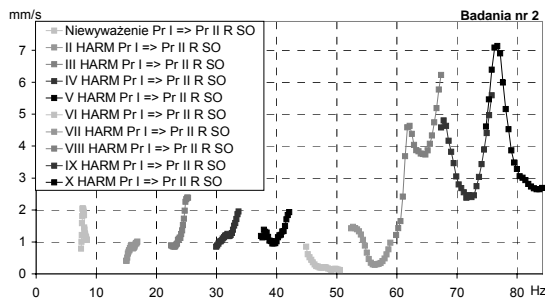
W celu realizacji estymacji własności dynamicznych konstrukcji części prasowej maszyny papierniczej wyznaczono wartości kolejnych składowych harmonicznych o częstotliwościach podstawowych równych częstotliwościom obrotów **wału prasowego I** oraz **wału prasowego II** w zakresie częstotliwości do **150 Hz**. W tym zakresie energia drgań stanowiła ok. **90 %** energii drganiowej w zakresie częstotliwości, w którym przeprowadzane były pomiary (**0.3-1000 Hz**). Wyznaczone szeregi składowych harmonicznych stanowiły drganiowe obrazy wpływu oddziaływań **wałów prasowych** na poziom drgań obudów łożysk **wałów prasowych** oraz **cylindra suszącego**. Składowe harmoniczne zostały wyznaczone dla wyników pomiarów przy każdej ustawionej prędkości z zakresu prędkości ustalonego podczas poszczególnych badań własności dynamicznych. Rys. 4 przedstawia przykładowe obrazy drganiowe ilustrujące wpływ oddziaływań **wału prasowego I** obserwowany na obudowie łożyska **wału prasowego II** przy prędkościach maszyny papierniczej ustawionej na **1600 m/min** i **1640 m/min**. Obrazy te zostały uzyskane poprzez zastosowanie filtra grzebieniowego z częstotliwością podstawową równą częstotliwości obrotów **wału prasowego I**.



Rys. 4: Obrazy drganiowe oddziaływań **wału prasowego I** obserwowane na obudowie łożyska **wału prasowego II**

W celu przeprowadzenia analizy zależności wpływu oddziaływań wałów prasowych od własności dynamicznych konstrukcji wsporczej części prasowej maszyny papierniczej, zmiany wartości poszczególnych składowych harmonicznym przedstawione zostały w funkcji ich częstotliwości.

Rys. 5 przedstawia przykładowe przebiegi wartości kolejnych składowych harmonicznym o podstawowej częstotliwości równej częstotliwości obrotów **wału prasowego I**.



Rys. 5: Przebiegi wartości kolejnych składowych harmonicznym obrotów **wału prasowego I**

Na wykresie przedstawiony został drganiowy obraz wpływu oddziaływań **wału prasowego I** na poziom drgań poprzecznych obudowy łożyska po stronie obsługi **wału prasowego II**, uzyskany na podstawie wyników badań nr 2. Każdy przebieg odpowiada w tym przypadku zmianom prędkości maszyny w zakresie $1600 \div 1800$ m/min. Istotne jest, że w pewnych zakresach częstotliwości nie występowały wymuszenia wynikające z tych oddziaływań.

W kolejnych podrozdziałach zostanie przedstawiona analiza przebiegów wartości obrazów drganiowych oraz wyników estymacji własności dynamicznych dla najistotniejszych wymuszeń zidentyfikowanych podczas badań własności dynamicznych.

5.3. Estymacja charakterystyk dynamicznych

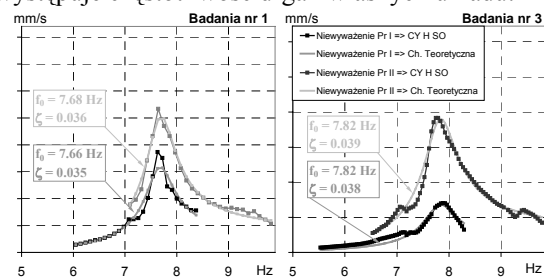
5.3.1 Odpowiedzi drganiowe na wymuszenia wynikające z niewyważenia wałów prasowych

Największe wartości wpływu niewyważenia wałów prasowych na poziom drgań obserwowano na obudowach łożyska cylindra suszącego, natomiast najmniejsze – na obudowach łożysk **wału prasowego I**. Odnotowanie mniejszych wartości na obudowach łożysk wałów prasowych wynika z faktu, że podatność konstrukcji na wymuszenia wynikające z niewyważenia wałów była mniejsza w miejscach mocowania obudów łożysk wałów prasowych, niż w miejscach mocowania obudów łożysk cylindra suszącego. Najmniejszą podatność konstrukcji zaobserwowano w miejscach mocowania obudów łożysk **wału prasowego I**.

Rys. 6 przedstawia porównanie przykładowych przebiegów odpowiedzi drganiowych, na

wymuszenia wynikające z niewyważenia wałów prasowych, w funkcji częstotliwości.

Przebiegi odpowiedzi drganiowych na wymuszenia wynikające z niewyważenia wałów prasowych mają postać zbliżoną do charakterystyk amplitudowych układu mechanicznego – w tym przypadku konstrukcji wsporczej części prasowej maszyny papierniczej. Przebiegi te mają część wspólną. W tym zakresie najprawdopodobniej występuje częstotliwość drgań własnych układu.



Rys. 6. Porównanie przebiegów odpowiedzi drganiowych na wymuszenia wynikające z niewyważenia wałów prasowych

Na Rys. 6 przedstawiono również estymowane charakterystyki teoretyczne, które zostały wyznaczone z zastosowaniem algorytmu dopasowywania ich do przebiegów zmierzonych odpowiedzi drganiowych na wymuszenia wynikające z niewyważenia wałów prasowych. Charakterystyki teoretyczne zostały wyznaczone z założeniem, że estymowane fragmenty przebiegów odpowiedzi drganiowych można z wystarczającą dokładnością przybliżyć przez odpowiedź układu mechanicznego o jednym stopniu swobody na wymuszenie wynikające z niewyważenia (tzn. zależne od kwadratu prędkości obrotowej).

Na wykresach zaznaczono również wartości parametrów dynamicznych oszacowanych na podstawie charakterystyk teoretycznych wyznaczonych dla przebiegów odpowiedzi drganiowych na wymuszenia wynikające z niewyważenia wałów prasowych.

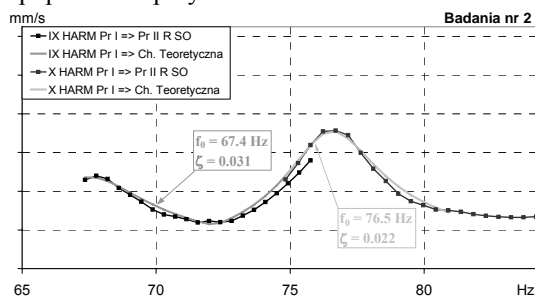
Wyznaczony stopień wzmocnienia drgań zawierał się w analizowanym przypadku w zakresie **12.8-14.3**. Oznaczało to, że w warunkach rezonansowego wzmocnienia wymuszeń wynikających z niewyważenia wałów prasowych występowało kilkunastokrotne wzmocnienie drgań.

5.3.2 Odpowiedzi drganiowe na wymuszenia wynikające z wad powierzchni wałów prasowych

Rys. 7 przedstawia przykładowe przebiegi odpowiedzi drganiowych, na wymuszenia o częstotliwościach równych dziewiętej i dziesiątej krotności częstotliwości obrotów **wału prasowego I**, w funkcji częstotliwości. Wymuszenia te wynikają z wad powierzchni **wału prasowego I**. Odpowiedzi drganiowe zostały w tym przypadku zmierzone

podczas badań nr 2 na obudowie łożyska wału prasowego II.

Na wykresach zaznaczono wartości parametrów dynamicznych oszacowanych na podstawie charakterystyk teoretycznych wyznaczonych dla przebiegów odpowiedzi drganiowych na wymuszenia wynikające z wad powierzchni wału prasowego I, przyjmując te same założenia, co w poprzednim przykładzie.



Rys. 7. Przebiegi odpowiedzi drganiowych na wymuszenia wynikające z wad powierzchni wałów prasowych

5.4. Porównanie wyników badań własności dynamicznych oraz wyników obliczeń dynamicznych w oparciu o metodę elementów skończonych

Tabela 3 zawiera zestawienie jedenastu częstotliwości drgań własnych, które zostały zidentyfikowane na podstawie wyników badań własności dynamicznych i na podstawie obliczeń dynamicznych charakterystyk amplitudowych przeprowadzonych w oparciu o metodę elementów skończonych, na zamówienie producenta maszyny.

Wartość częstotliwości drgań własnych **7.8 Hz** – podana w nawiasie obok częstotliwości **6.9 Hz** – jest wartością wyznaczoną na podstawie wyników obliczeń dynamicznych w oparciu o metodę elementów skończonych, zrealizowanych przez producenta maszyny. Jest to przykład na to, że wyniki obliczeń dynamicznych przeprowadzonych w oparciu o różne modele, mogą być różne. Zatem wyniki obliczeń uzyskane w oparciu o metodę elementów skończonych powinny być weryfikowane wynikami badań własności dynamicznych.

Tabela 3. Porównanie wyników badań oraz wyników obliczeń własności dynamicznych konstrukcji

WYNIKI BADAŃ			WYNIKI OBLICZEŃ
NR 1	NR 2	NR 3	
7.66 Hz	7.79 Hz	7.82 Hz	6.9 Hz (7.8 Hz)
---	---	---	10.2 Hz
21.8 Hz	---	21.7 Hz	21.0 Hz
---	---	---	25.6 Hz
---	---	33.2 Hz	32.6 Hz
37.7 Hz	---	---	38.1 Hz
45.8 Hz	---	---	46.0 Hz
52.0 Hz	52.7 Hz	51.5 Hz	51.5 Hz
62.0 Hz	62.1 Hz	---	63.6 Hz
66.9 Hz	67.4 Hz	---	---
75.4 Hz	76.5 Hz	---	---

Siedem częstotliwości drgań własnych wymienionych w przedstawionej tabeli zostało wyznaczonych zarówno na podstawie wyników obliczeń jak i na podstawie wyników badań własności dynamicznych z rozbieżnością między wartościami częstotliwości nie przekraczającą kilku procent. Częstotliwości te zostały zaznaczone pogrubioną czcionką. Tylko dwie z tych częstotliwości zostały wyznaczone na podstawie wyników testów nr 1, nr 2 i nr 3, trzy z nich – tylko podczas jednego z tych testów.

Częstotliwości drgań własnych wynoszące **10.2 Hz** oraz **25.6 Hz** (zaznaczone kolorem szarym), wyznaczone z obliczeń dynamicznych charakterystyk amplitudowych nie zostały zidentyfikowane, ponieważ podczas pracy maszyny papierniczej w całym zakresie ustawianych prędkości nie występowały wymuszenia o tych częstotliwościach.

Z kolei częstotliwości drgań własnych – **67.4 Hz** oraz **76.5 Hz** (zaznaczone kolorem jasnoszarym, pochyloną czcionką) – wyznaczone na podstawie wyników badań własności dynamicznych – nie zostały wyznaczone na podstawie obliczeń.

Należy wziąć pod uwagę fakt, że wartości odpowiedzi drganiowej na działające wymuszenia zależą od stanu technicznego podzespołów zamocowanych do konstrukcji wsporczej. W przypadku małych wartości wymuszeń działających na zespół prasowy odpowiedź drganiowa będzie miała również małe wartości, przez co stosunek sygnału do szumu będzie mały, a błędy estymacji – duże. Np. bardzo małe wartości odpowiedzi drganiowych na wymuszenia wynikające z wad powierzchni wałów prasowych były mierzone podczas badań dynamicznych nr 3. Podczas tych badań stan płaszczy gumowych wałów prasowych był bardzo dobry. Wynikało to z większej świadomości, jakim zagrożeniem jest niewłaściwy stan powierzchni wałów prasowych. W związku z tym firmy prowadzące remonty wałów prasowych były (i są nadal) znacznie bardziej kontrolowane przez użytkowników maszyny papierniczej pod kątem poprawności realizacji regeneracji powierzchni wałów.

6. PODSUMOWANIE

W przypadku, gdy liniowy model konstrukcji jest wystarczająco dokładny, można przyjąć, że własności dynamiczne konstrukcji mechanicznych nie są zależne od działających na nie wymuszeń [10, s. 9-34]. Jeżeli z budowy i zasady działania maszyny wynika, że podczas postoju i podczas eksploatacji mamy do czynienia z tym samym układem mechanicznym, badania własności dynamicznych lepiej jest przeprowadzić podczas postoju. W takim przypadku można przeprowadzić pełną estymację własności dynamicznych w oparciu o wyniki pomiarów wymuszeń oraz odpowiedzi drganiowych.

Z omówionych w drugiej części artykułu cech części prasowych maszyn papierniczych wynika, że podczas ich postoju mamy do czynienia z innym układem mechanicznym niż podczas eksploatacji. W związku z tym badania własności dynamicznych części prasowych maszyn papierniczych przeprowadzone podczas postoju nie prowadzą do uzyskania wiarygodnych informacji o zachowaniu dynamicznym części prasowych podczas eksploatacji. Uzyskanie wiarygodnego opisu zachowania dynamicznego części prasowych maszyn papierniczych podczas eksploatacji możliwe jest tylko na podstawie badań własności dynamicznych w warunkach eksploatacyjnych.

Przedstawione w trzeciej części artykułu wyniki badań własności dynamicznych konstrukcji oraz wyniki obliczeń w oparciu o metodę elementów skończonych były podstawą podjęcia decyzji o realizacji modernizacji konstrukcji wosporczej, ponieważ wyraźnie wskazały na potencjalne zagrożenia stanu technicznego w wyniku znacznych wzmocnień odpowiedzi drganiowych, szczególnie groźnych już w przypadku początkowej fazy rozwoju uszkodzeń. Analiza skuteczności przeprowadzonej modernizacji konstrukcji wosporczej będzie przedmiotem osobnego artykułu.

7. LITERATURA

- [1] Brincker R., Zhang L., Andersen P.: *Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition*. Proceedings of the International Modal Analysis Conference (IMAC), San Antonio, Texas, February 2000.
- [2] Ewins D. J.: *Modal Testing. Theory and Practice*. John Wiley & Sons Inc, New York, 1984.
- [3] James G. H., Carne T. G., Laufer J. P.: *The Natural Excitation Technique (NExT) for modal parameter extraction from operating structures*. The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis 10(4), pp.260-277.
- [4] Mohanty P.: *Operational Modal Analysis In the Presence of Harmonic Excitations*. Indian Institute of Technology, Delft 2005.
- [5] Sordyl F., Sordyl I.: *Identyfikacja własności dynamicznych obiektów realizowana w ramach diagnostyki technicznej*. Diagnostyka, vol. 23, 2000, s. 69-73.
- [6] Sordyl F., Sordyl I.: *Ocena wpływu własności dynamicznych wspornika na własności eksploatacyjne maszyny papierniczej*. 2001, www.vibroexpert.com.pl.
- [7] Sordyl F., Sordyl I.: *Ocena wpływu własności dynamicznych części prasowej maszyny papierniczej na poziom drgań obudów łożysk wałów i cylindra*. 2004, www.vibroexpert.com.pl.
- [8] Uhl T.: *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*. Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa 1997.
- [9] Uhl T., Lisowski W.: *Eksploatacyjna analiza modalna*. Wydawnictwo Katedry Dynamiki Maszyn i Robotyki, 1999, AGH w Krakowie.
- [10] Zaveri K., Phil M.: *Modal Analysis of Large Structures*. Multiple Exciter Systems, Brüel&Kjær, 1984.

Informacja o autorach zamieszczona jest na stronie 55.

SYSTEM PRZESTRZENNEJ OBSERWACJI OBIEKTÓW PODWODNYCH

Adam OLEJNIK

Akademia Marynarki Wojennej im. Bohaterów Westerplatte, Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Okrętu,
Zakład Technologii Nurkowania i Prac Podwodnych
81 – 103 Gdynia 3 ul. Śmidowicza 69; fax.: +58 625 38 82; e-mail: aolej@wp.pl, <http://www.e-aolej.com>

Streszczenie

W artykule przedstawiono budowę i zasadę działania systemu do przestrzennej obserwacji obiektów podwodnych w czasie rzeczywistym. System opracowano i zbudowano w Zakładzie Technologii Nurkowania i Prac Podwodnych Akademii Marynarki Wojennej w Gdyni. System jest przeznaczony do wizyjnej oceny stanu technicznego obiektów podwodnych.

Słowa kluczowe: diagnostyka wizyjna, technologia prac podwodnych.

SYSTEM OF THREE-DIMENSIONAL OBSERVATION OF UNDERWATER OBJECT

Summary

Article present system of three-dimensional observation in real time of underwater object. Systems build in Department of Diving Gear and Underwater Work Technology of Naval University in Gdynia, Poland. Systems are assigned to estimates of technical states of underwater object.

Keywords: visual diagnostics, underwater work technology.

1. WSTĘP

W odniesieniu do diagnostyki wizyjnej obiektów podwodnych należy stwierdzić, że w odróżnieniu od badań innych obiektów technicznych zazwyczaj to badanie jest realizowane jako *actio in distans*. Szczególnie dotyczy to obiektów położonych na głębokościach większych niż 50mH₂O [5, 6, 9]. Początek diagnostyki wizyjnej obiektów podwodnych sięga roku 1918, kiedy to po raz pierwszy zastosowano kamerę fotograficzną do wykonania inspekcji zalanych wodą chodników i urządzeń kopalnianych w okolicach Lens we Francji [4]. Wojska niemieckie wycofujące się z tego terenu nie tylko zatopiły, ale również i zaminowały kopalnie. Ich uruchomienie i wznowienie wydobywania wymagało wykonania szeregu prac podwodnych. Aby zagwarantować nurkom jak największe bezpieczeństwo postanowiono w pierwszej kolejności wykonać inspekcję zalanych kopalni za pomocą specjalnie do tego celu skonstruowanej kamery fotograficznej. Z punktu widzenia dzisiejszej diagnostyki technicznej zastosowane wówczas rozwiązanie jest pionierskie, ale nie stanowi obecnie naukowej metody badawczej. Albowiem obecnie inspekcja (z łac. *inspectio* – nadzór) jako forma kontroli zewnętrznej urządzenia przez część badaczy jest uznawana jako nie w pełni naukowa [6]. Dzisiejsza diagnostyka wizyjna obiektów podwodnych jest elementem badań nieniszczących i znajduje szerokie zastosowanie w określaniu stanu technicznego

obiektów hydrotechnicznych, infrastruktury portowo-przeładunkowej oraz rurociągów i podwodnych części kadłubów jednostek pływających [3, 6, 8]. Rozwój techniki fotograficznej i telewizyjnej doprowadził do zastosowania w diagnostyce technik fotogrametrycznych opartych o zobrazowanie jedno i dwuobrazowe [1, 2]. W ten sposób ta metoda oceny stanu technicznego obiektów wykracza poza prosty ogląd zewnętrzny. Aczkolwiek powszechnie zastosowanie do tego typu działalności znajduje nadal termin inspekcja, co może wiązać się z wieloletnią tradycją jego stosowania i funkcjonowania w świadomości praktyków.

Za pomocą obrazu (w paśmie widzialnym) można uzyskać wiele podstawowych informacji na temat badanego obiektu, przede wszystkim dokonać jego oceny jakościowej. Ocena ilościowa nie jest już tak prosta, gdyż obraz zazwyczaj jest płaski a to automatycznie powoduje utratę informacji na temat bryłowości i wzajemnego usytuowania prezentowanych na nim przedmiotów. Aby temu zaradzić w fotogrametrii stosuje się tzw. punkty tłowe, dzięki którym możliwe jest określenie tzw. orientacji zewnętrznej kamery fotograficznej, co w powiązaniu ze znanymi parametrami jej orientacji wewnętrznej (np. odległość ogniskowa kamery) pozwala na określenie skali zdjęcia i wymiarowanie przedstawionych na nim obiektów [2]. Niekiedy podczas wykonywania zdjęcia na obiekt nakłada się test o znanych wymiarach, który ułatwia potem skalowanie zdjęcia. Natomiast fotografia

dwuobrazowa – stereofotografia umożliwia zobrazowanie przestrzenne badanych obiektów, przy czym możliwość ta jest realizowana już po wykonaniu zdjęć na drodze specjalnego ich preparowania. Efekt postrzegania stereoskopowego badanego obiektu jest uzyskiwany, ale na skutek obróbki cyfrowej zdjęć następuje utrata niektórych danych wizyjnych [7,8]. W latach osiemdziesiątych XX wieku podjęto szereg prób uzyskania możliwości przestrzennego zobrazowania obiektów podwodnych z zastosowaniem fotografii dwuobrazowej i stereowizji dwukamerowej. W ten sposób problem akwizycji stereoobrazu badanych obiektów został rozwiązany [7]. Natomiast problematyczne pozostało przedstawienie tak zebranych danych wizyjnych, aby oglądający je człowiek widział przestrzenie w czasie rzeczywistym. Najczęściej zastosowanie w tym przypadku miała technika anaglifowa. Co jednak nadal wiązało się z utratą niektórych danych wizyjnych na skutek obróbki cyfrowej zdjęć [7]. W latach dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku nastąpił gwałtowny rozwój technologii wytwarzania kineskopów i ekranów telewizyjnych, pojawiły się wyświetlacze ciekłokrystaliczne i możliwości ich miniaturyzacji. Na skutek tego rozwoju możliwym stało się zobrazowanie obrazu z dwóch kamer telewizyjnych niezależnie na każde oko obserwatora za pomocą specjalnych gogli. A zatem pojawiły się nowe możliwości rozwiązań technicznych. Między innymi z tego powodu w Zakładzie Technologii Nurkowania i Prac Podwodnych Akademii Marynarki Wojennej w Gdyni (ZTNiPP – AMW) podjęto próbę opracowania i zbudowania prototypu urządzenia umożliwiającego zdalną obserwację przestrzenną obiektów podwodnych w czasie rzeczywistym. Program realizowano w ramach działalności statutowej uczelni.

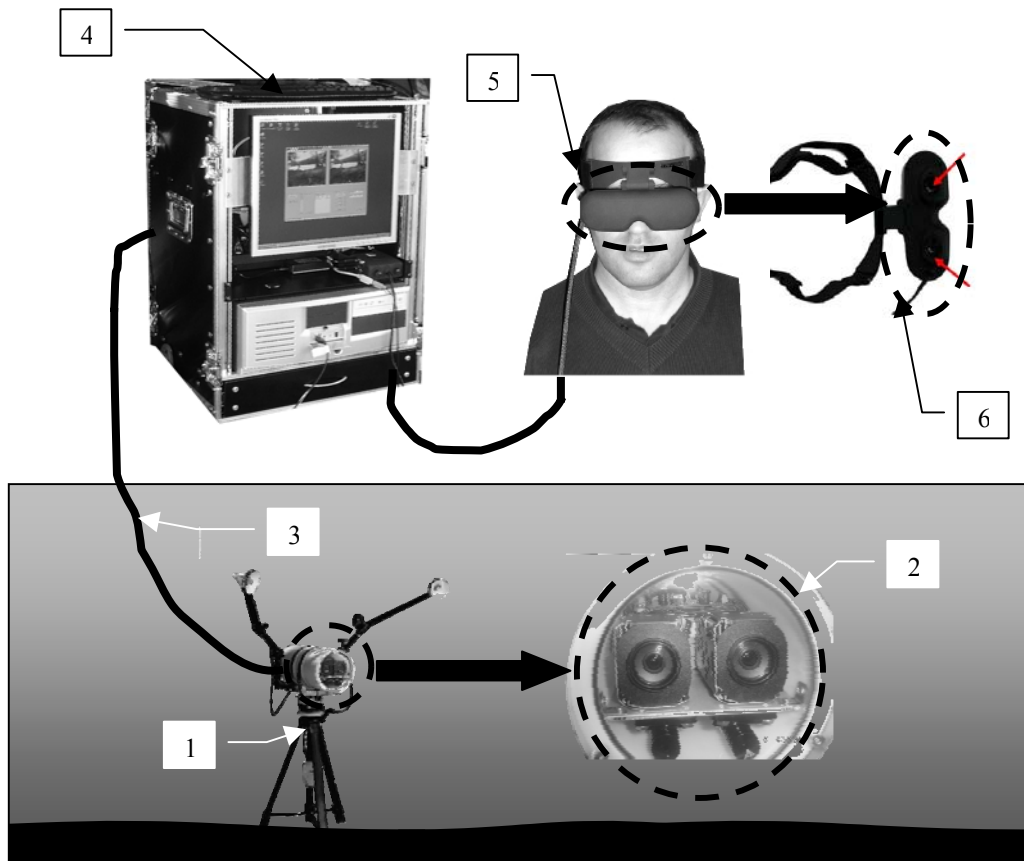
2. DLACZEGO SYSTEM POWSTAŁ?

Regulamin Służby Okrętowej obowiązujący w polskiej Marynarce Wojennej nakłada na oficera mechanika oprócz innych obowiązków również dbałość o stan techniczny kadłuba jednostki i systemów ogólnokrętowych [11]. W odniesieniu do kadłuba przejawia się to między innymi cyklicznym przeglądem podwodnej części raz na trzy miesiące, którego wynik jest odnotowywany w dzienniku maszynowym okrętu [12]. Standardowo przegląd jest realizowany przez ekipę nurkową. Nurek po wyjściu z wody zdaje relację oceniając subiektywnie to, co stwierdził podczas nurkowania. Zwykle procedura powinna być taka, że po wykonaniu pierwszego zwiadu nurkowego realizuje się kolejny z udziałem bardziej doświadczonych nurków. Na podstawie dwóch zwiadów dokonuje się oceny stanu technicznego. Na przykład oceniając ubytek laminatu na płetwie sterowej na poziomie 25%. Jednak zmiany dotyczące zasad zawodowej służby wojskowej oraz służby z poboru

doprowadziły niejako przy okazji do sytuacji, w której taka procedura może być utrudniona. Dawniej prawie na każdym okręcie była ekipa nurkowa dowodzona przez oficera mechanika. Obecnie taka ekipa jest na grupę okrętów lub na cały dywizjon. Co powoduje, że przegląd podwodnej części kadłuba jest realizowany zazwyczaj przez prawie przypadkowych nurków, którzy budowę kadłuba danej jednostki poznają tuż przed jego realizacją. Stąd też należy sądzić, że ocena dokonana przy ich udziale nie jest do końca wiarygodna. Z tego też powodu, co raz częściej do oceny wykorzystuje się systemy telewizji podwodnej, które dają zobrazowanie dwuwymiarowe. Mimo niewątpliwych zalet ma to również i swoje wady, o których wspomniano już we wstępie. Wydaje się, więc że są to wystarczające przesłanki do tego aby zbudować w oparciu o dostępną przecież technologię, ale wykorzystywaną do innych celów, system umożliwiający przestrzenne zobrazowanie obiektów podwodnych lub ich fragmentów oraz wymiarowanie ich uszkodzeń. Dzięki niemu możliwy byłby ogląd 3D kadłuba dokonany on line, na przykład przez nienurkującego specjalistę kadłubowca oraz szacowanie wielkości ubytków lub uszkodzeń za pomocą metod fotogrametrycznych wspomaganymi komputerowo. Dalsze prace nad powyższym rozwiązaniem powinny przebiegać w kierunku zamontowania opracowanego systemu wizyjnego na zdalnie sterowanym pojeździe podwodnym (ROV). Takie zastosowanie umożliwi badania obiektów położonych na średnich i dużych głębokościach, do których samo dotarcie przez ekipę nurkową jest już problematyczne [5].

3. BUDOWA I ZASADA DZIAŁANIA SYSTEMU

System przestrzennego zobrazowania obiektów podwodnych składa się z dwóch elementów połączonych ze sobą stumetrowym kablem. Część podwodna to dwukamerowy system akwizycji obrazu zamknięty w cylindrycznej obudowie wytoczonej z tworzywa sztucznego zamkniętej z obu stron dwoma przezroczystymi pokrywami ze szkła akrylowego, na zewnątrz zawierającej dwie rączki i oświetlenie (Rys. 1, poz. 1 i 2). Wewnątrz znajdują się płytki z obwodami drukowanymi za pomocą, których całość stanowi jednolite urządzenie elektroniczne sterowane i zasilane z powierzchni. Pod kamerami znajdują się dwa zielone lasery, podsystem laserowy o założonej geometrii, który służy do nakładania na kadr punktów tłowych za pomocą, których wymiarowane będą obiekty podwodne. Z tyłu znajduje się mały ciekłokrystaliczny monitor, na którym nurek widzi obraz z jednej kamery. Dzięki czemu operator może mu wydawać polecenie przez system podwodnej łączności bezprzewodowej, a nurek może kontrolować filmowaną scenę. Z tyłu obudowy jest dziewięciopinowe gniazdo, złącze podwodne.



Rys. 1. System przestrzennego zobrazowania obiektów podwodnych [10]
1 – część podwodna systemu (tu w stacjonarnym wariantcie pracy), 2 – dwukamerowy podsystem akwizycji obrazu, 3 – kabel łączący część podwodną z częścią powierzchniową systemu, 4 – część powierzchniowa systemu, 5 – gogle zobrazowania nagłownego

Do niego podłączony jest kabel za pomocą, którego z powierzchni przesyłane jest zasilanie i komendy do sterowania całym wyposażeniem zamkniętym w obudowie (Rys. 1. poz. 3). Na powierzchni natomiast przesyłane są dwa nieskompresowane strumienie wideo w jakości DVD. Na powierzchni kabel podłączony jest do strugoszczelnej skrzyni, w której znajduje się komputer sterujący całością systemu (Rys. 1., poz. 4). Od komputera odchodzą dwa kable. Jeden zasilający. Drugi do podsystemu zobrazowania nagłownego (Rys. 1., poz. 5). Za jego pomocą uzyskuje się możliwość zdalnej obserwacji przestrzennej. Podsystem składa się z synchronizatora obrazów i gogli z dwoma ekranami ciekłokrystalicznymi. Na każdy z tych ekranów kierowany jest obraz z kamer znajdujących się pod wodą. Na lewy z kamery lewej, na prawy z kamery prawej. W ten sposób niejako wzrok operatora za pomocą systemu jest przeniesiony w miejsce gdzie znajduje się część podwodna systemu. Całość uzupełnia jeszcze podsystem nawigacji podwodnej za pomocą, którego jest określana bezwzględna pozycja geograficzna części podwodnej. Ten element systemu składa się z głowicy namiarowej zanurzonej w wodzie i pływającej na specjalnie opracowanej boji na

maszcie, której znajduje się odbiornik DGPS oraz transpondera hydroakustycznego montowanego na części podwodnej i komputera na monitorze, którego operator ma geograficzne zobrazowanie sytuacji podwodnej. Za pomocą tego podsystemu można nurka naprowadzić na cel o znanej pozycji geograficznej albo poprowadzić go po ustalonej wcześniej trajektorii. Opracowany i zbudowany w ZTNiPP – AMW system zobrazowania przestrzennego obiektów podwodnych jest przeznaczony do trójwymiarowej zdalnej obserwacji obiektów podwodnych. Efekt obserwacji trójwymiarowej jest osiągany za pomocą dwukamerowego systemu akwizycji obrazu i podsystemu zobrazowania nagłownego. Dzięki czemu operator systemu otrzymuje obraz obiektu widziany za pomocą dwóch kamer niezależnie na każde oko. Przekazywanie obrazu odbywa się bezpośrednio z kamer bez jakiegokolwiek obróbki cyfrowej obrazu w postaci dwóch równoległych strumieni video w jakości odpowiadającej standardowi DVD. Rozwiązanie powyższe umożliwia ocenę jakościową badanych obiektów podwodnych, ocenę ich wzajemnego usytuowania w przestrzeni oraz szacowanie ich bryłowatości i wymiarów. Do prawidłowego funkcjonowania

systemu w powyżej opisany sposób konieczne jest oprogramowanie, które zostało napisane w toku realizacji projektu. Program o roboczej nazwie SAP11.exe przeznaczony jest do wizualizacji oraz rejestracji obrazu jednocześnie z dwóch kamer video skonfigurowanych do pracy w systemie stereowizji podwodnej. Dodatkowo z poziomu programu można sterować pracą (On/Off) dwóch znacznikowych wiązek laserowych oraz lampami oświetlającymi filmowaną przestrzeń. Program po starcie wyświetla zasoby systemu dotyczące zainstalowanych urządzeń do przechwytywania obrazu video. W zasadzie jest on przeznaczony do pracy z dwoma identycznymi kartami typu ATI Theater 550 Pro. Tego typu konfiguracja, tj. dwie identyczne karty video, dwie identyczne kamery do nich podłączone oraz ich identyczne parametry przechwytywania obrazu (zarówno kamer, jak i kart video), ustawiane dodatkowym programem narzędziowym, są konieczne do uzyskania możliwie najlepszego obrazu stereowizyjnego. Karty ustawione są na najlepszą z możliwych w danym przypadku jakość obrazu video (D1, 25 FPS). Na panelu kontrolnym programu są umieszczone przyciski do uruchomienia podglądu obrazów z obu kamer oraz do uruchamiania zapisu video synchronicznie z dwóch kamer na dysk twardy. Zbiory są rejestrowane w dwóch osobnych zbiorach typu *.avi, w których nazwie zawarte są:

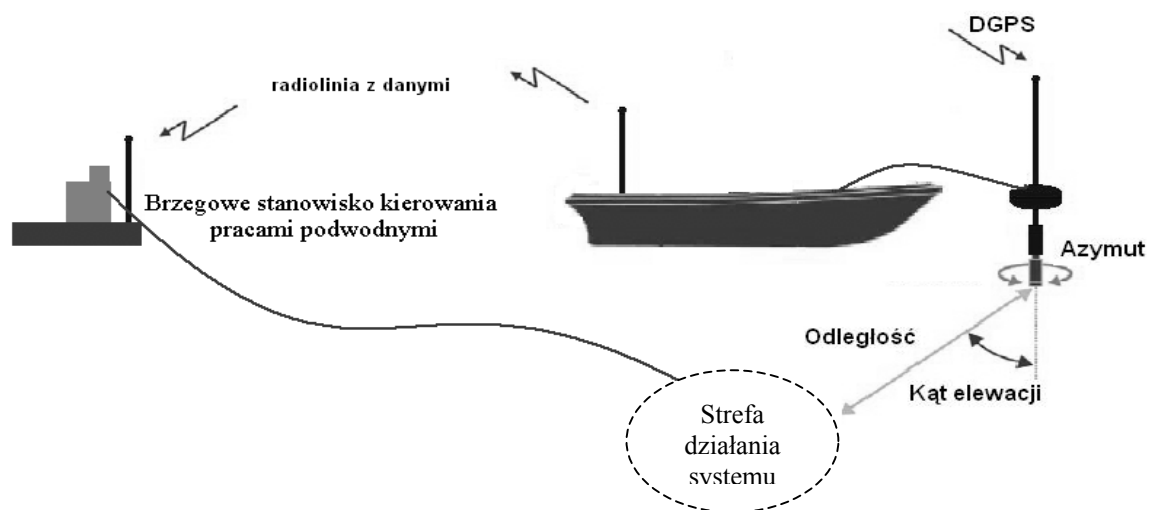
- znacznik kamery (L - lewa, P - prawa),
- data i czas rozpoczęcia zapisu.

Format zapisu jest nieskompresowany w celu jego późniejszej obróbki bez możliwej utraty jakości. Do prawidłowej pracy programu wymagana jest stosunkowo zaawansowana konfiguracja komputera klasy PC:

- system operacyjny : Microsoft Windows XP Professional 32 lub 64 bitowy (XP lub XP64),
- procesor: AMD Athlon 64 X2 3800+ lub szybszy,
- 1 GB pamięci RAM,

- macierz dyskowa RAID0 o pojemności ≥ 500 GB,
- dwie identyczne karty video PCI o możliwie wysokiej jakości przechwytywania obrazu (zastosowane karty ATI Theater 550 Pro dysponują 10-bitowym przetwornikiem A/D oraz zaawansowaną technologią filtracji obrazu od zakłóceń).

System może pracować w dwóch wariantach. Podstawowym tj. stacjonarnym (Rys. 1) do obserwacji obiektów nieruchomych (np. obiekty hydrotechniczne). Wówczas jednostka głębinowa systemu jest posadowiona na dnie akwenu na statywie. Drugi wariant (zapasowy) przewiduje pracę systemu w ruchu. Wówczas system jest przenoszony przez nurka, z którym operator porozumiewa się za pomocą podsystemu podwodnej łączności bezprzewodowej. Podczas pracy w wariantcie zapasowym konieczne jest pozycjonowanie systemu w położeniu podwodnym. Do tego celu wykorzystywany jest podsystem nawigacji podwodnej, który można w zależności od miejsca użytkowania (akwenu, rodzaju jednostki pływającej) wykorzystać na trzy sposoby. Pierwszy z nich jest praktycznie fabryczną konfiguracją systemu nawigacyjnego opracowaną przez jego producenta tj. firmę Sonardyne Ltd. Natomiast wariant drugi i trzeci został opracowany w toku realizacji projektu i ma umożliwić operowanie z różnych jednostek pływających oraz działanie w akwenu śródlądowym zarówno z pokładu małej jednostki jak również z brzegu akwenu. Do tego celu zastosowanie ma zbudowana boja pomiarowa. Boja składa się z masztu i pływaków wypornościowych. Na jej części podwodnej montowana jest głowica nadawczo-odbiorcza systemu USBL Scout – system podwodnej nawigacji z ultrakrótką bazą, na topie masztu znajduje się odbiornik DGPS określający współrzędne geograficzne posadowienia boji pomiarowej.



Rys. 2. Konfiguracja podsystemu nawigacji podwodnej do pozycjonowania części podwodnej systemu zobrazowania przestrzennego opracowana w ZTNiPP – AMW [10]

Montaż odbiornika DGPS i głowicy USBL Scout na jednym maszcie (w jednej osi) niweluje konieczność mierzenia i wprowadzania do pamięci systemu USBL odległości i wzajemnego usytuowania tych urządzeń. W trzecim wariancie pracy dodatkowo ma zastosowanie zespół nadawczo-odbiorczy działający w paśmie UKF. Za pomocą tego zespołu możliwe jest posadowienie boji pomiarowej w rejonie działania, a wszystkie dane zbierane przez urządzenia na niej zamontowane są przesyłane drogą radiową na brzeg gdzie usytuowane jest stanowisko kierowania pracami podwodnymi (Rys. 2).

4. PODSUMOWANIE

Opracowany w toku realizacji projektu system obserwacji przestrzennej daje nowe możliwości realizacji oceny stanu technicznego badanych obiektów podwodnych. W czasie rzeczywistym można obserwować badany obiekt lub jego fragment w trzech wymiarach z powierzchni. Dodatkowo oprócz oprogramowania systemowego i opracowane podczas realizacji pracy, na komputerze obsługującym zbudowane urządzenie zostało zainstalowane oprogramowanie umożliwiające w fazie postprocesingu obróbkę cyfrową zdjęć i filmów. Jest to opcja umożliwiająca tworzenie papierowej dokumentacji z badań oraz prezentacji ich wyników w szerszym gronie bez konieczności zakładania systemu zobrazowania nagłownego. Programy te umożliwiają tworzenie zdjęć anaglifowych barwnych i monochromatycznych do oglądania przez okulary z filtrem oraz odtwarzanie filmu 3D za pomocą rzutnika komputerowego. W czasie dalszej realizacji projektu system został poddany badaniom w warunkach laboratoryjnych i rzeczywistych. Celem badań było sprawdzenie czy opracowany system funkcjonuje prawidłowo w środowisku, do którego został stworzony oraz czy zapewni realizację funkcji celu, jaką założono podczas jego projektowania. Pod tym pojęciem należy w tym przypadku rozumieć zdolność do zdalnej obserwacji przestrzennej obiektów podwodnych przez osoby, które do tego celu nie były specjalnie szkolone. Badania realizowano na losowej próbie osób: kobiet i mężczyzn. Ich przebieg oraz wyniki zostaną przedstawione w kolejnej publikacji.

LITERATURA

- [1] Beker L., Kaczyński R. „Fotografia i fotogrametria podwodna” WN-T Warszawa 1985.
- [2] Brześcińska W. „Fotogrametria” Wyd. Szkolne i pedagogiczne” Warszawa 1998.
- [3] Hoywood M., Matters N., „Underwater Inspection”. Center for Underwater Technology, USA 1986.
- [4] Larsen E. „Głębinowe cuda” Wyd. Wiedza powszechna Warszawa 1964.
- [5] Olejnik A. „Diagnostyka obiektów podwodnych z wykorzystaniem pojazdu typu ROV” DIAGNOSTYKA ISSN 641 – 6414 vol. 35 (2005); str. 99 – 104, rys. 5; tab. 0.
- [6] Olejnik A. „Obiekt podwodny jako przedmiot diagnostyki technicznej – problematyka podstawowa” POLISH HYPERBARIC RESEARCH ISSN 1734 – 7009 Nr 3 (2005), str. 31 – 46, rys. 10, tab. 2.
- [7] Olejnik A. „Analiza systemów wizyjnych pod kątem ich zastosowania w zobrazowaniu przestrzennym obiektów podwodnych” POLISH HYPERBARIC RESEARCH ISSN 1734 – 7009 Nr 2 15 (2006), str. 31 – 65, rys. 35, tab. 0.
- [8] Olejnik A., Grabiec D. „System przestrzennego zobrazowania obiektów podwodnych. Etap I. Analiza systemów wizyjnych pod kątem ich zastosowania w zobrazowaniu przestrzennym obiektów podwodnych” Praca statutowa AMW pk. „Narwał” Akademia Marynarki Wojennej Gdynia 2005.
- [9] Olszański R, Skrzyński St., Kłos R. „Problemy medycyny i techniki nurkowej” Wyd. Okrętownictwo i Żegluga Gdańsk 1995.
- [10] Praca zbiorowa pod red. A.Olejnik „System przestrzennego zobrazowania obiektów podwodnych. Etap II. Budowa i badania systemu” Praca statutowa pk. „Narwał” Akademia Marynarki Wojennej Gdynia 2006.
- [11] Praca zbiorowa: „Regulamin Służby Okrętowej” MW RP,
- [12] Praca zbiorowa: „Instrukcja prowadzenia okrętowych prac podwodnych przez ekipy nurków lekkich obrony przeciwwawaryjnej” MW 859/81 Gdynia 1982.



kmdr por. dr inż. **Adam OLEJNIK** jest adiunktem na Wydziale Mechaniczno-Elektrycznym Akademii Marynarki Wojennej w Gdyni. Pracuje w Zakładzie Technologii Nurkowania i Prac Podwodnych. Zajmuje się poszukiwaniem i identyfikacją oraz oceną stanu technicznego obiektów podwodnych z zastosowaniem systemów bezzałogowych. Jest Członkiem Zarządu III kadencji Polskiego Towarzystwa Medycyny i Techniki Hiperbarycznej oraz Zastępcą Redaktora Naczelnego pisma „Polish Hyperbaric Research”. Ponadto jest członkiem Polskiego Towarzystwa Diagnostyki Technicznej i Polskiego Klubu Stereoskopowego. Kierował zespołem pracowników ZTNiPP-AMW, który dokonał przy pomocy pojazdu typu ROV wizyjnej identyfikacji poszukiwanych od 60 – lat wraków jednostek „General von Steuben” (2004r.) i „Graf Zeppelin” (2006r.).

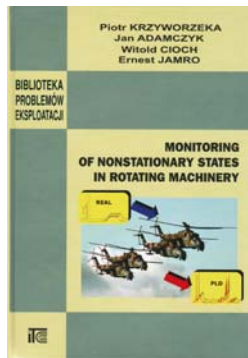
W dniach 5-10.03.2007 odbyło się **XXXIV Ogólnopolskie Sympozjum DIAGNOSTYKA MASZYN** w Węgierskiej Górze, którego organizatorami byli:

- Wydział Transportu Politechniki Śląskiej;
- Polskie Towarzystwo Diagnostyki Technicznej;
- Zespół Diagnostyki Sekcji Podstaw Eksploatacji KBM PAN.

W ramach seminarium wygłoszono następujące referaty:

1. Prof. dr hab. Czesław CEMPEL, dr inż. Maciej TABASZEWSKI: *Zastosowanie teorii szarych systemów do modelowania i prognozowania w diagnostyce maszyn.*
2. Prof. dr hab. Zbigniew ENGEL, prof. nz. dr inż. Jacek ENGEL: *Zastosowania rozkładu względem wartości szczególnych w badaniach procesów wibroakustycznych.*
3. Prof. dr hab. inż. Walter BARTELMUS, dr inż. Radosław ZIMROZ: *Adaptacyjna metoda wnioskowania o stanie przekładni pracującej w zmiennych warunkach obciążenia.*
4. Prof. dr hab. inż. Walter BARTELMUS, dr inż. Radosław ZIMROZ, BOUSTANY R., ANTONI J.: *Gearbox vibration signal analysis using its cyclostationary properties.*
5. Prof. dr hab. inż. Walter BARTELMUS, dr inż. Wojciech SAWICKI, dr inż. Radosław ZIMROZ: *Analiza rzędów i filtracja Kalmana w diagnostyce przekładni planetarnych w warunkach zmiennego obciążenia.*
6. Prof. dr hab. inż. Wojciech BATKO: *Stateczność techniczna – nowa perspektywa modelowa dla budowy rozwiązań systemów monitorujących zmiany stanu maszyn.*
7. Prof. dr hab. inż. Wojciech BATKO, mgr inż. Robert BARAŃSKI: *Rejestracja drgań kołozyny górnej (układ pomiarowy).*
8. Dr inż. Rafał BURDZIK: *Koncepcja systemu diagnozowania stanu technicznego amortyzatorów samochodów osobowych.*
9. Dr inż. Witold CIOCH, dr inż. Grzegorz GRZECZKA, dr inż. Andrzej GRZĄDZIELA: *Eksperymentalna weryfikacja zastosowania procedury liniowej decymacji w stanach nieustalonych badanego obiektu.*
10. Mgr inż. Piotr DEUSZKIEWICZ: *Porównanie podatności diagnostycznej na błędy położenia stalowych i kompozytowych układów przeniesienia mocy (napędowych).*
11. Dr inż. Jacek DYBAŁA: *O pewnej metodzie rozpoznawania obrazów wczesnych faz uszkodzeń.*
12. Dr inż. Marek FIDALI: *Wyznaczanie sygnałów diagnostycznych na podstawie wyników progowania obrazów termograficznych.*
13. Dr inż. Tomasz FIGLUS, prof. dr hab. inż. Andrzej WILK: *Zastosowanie dyskretnej analizy falkowej sygnału drganiowego do diagnozowania uszkodzeń przekładni zębatej.*
14. Dr inż. Jan FILIPCZYK, prof. nz. dr hab. inż. Henryk MADEJ: *Problemy diagnozowania samochodowych silników spalinowych w zakresie emisji związków toksycznych.*
15. Prof. nz. dr hab. inż. Janusz GARDULSKI, dr inż. Rafał BURDZIK, dr inż. Łukasz KONIECZNY: *Diagnozowanie stanu technicznego zawieszenia hydropneumatycznego na przykładzie Citroena BX.*
16. Prof. nz. dr hab. inż. Janusz GARDULSKI, dr inż. Łukasz KONIECZNY, dr inż. Rafał BURDZIK: *Wpływ zmian stanu technicznego zawieszenia hydropneumatycznego samochodu osobowego na charakterystyki sprężyny gazowej.*
17. Prof. nz. dr hab. inż. Janusz GARDULSKI, dr inż. Łukasz KONIECZNY, dr inż. Jan WARCZEK: *Ocena stanu zawieszenia hydropneumatycznego na podstawie przestrzennej analizy sygnałów drganiowych.*
18. Mgr inż. Małgorzata GIZELSKA: *Koncepcja diagnozowania systemu wirującego z aktywnym łożyskiem magnetycznym.*
19. Dr inż. Andrzej GRZĄDZIELA: *Problemy oddziaływań dynamicznych na linie wałów okrętowych.*
20. Dr inż. Andrzej GRZĄDZIELA, dr inż. Jan IDZIKOWSKI: *Oprogramowanie do wspomaganie analizy parametrów drganiowych okrętowych turbinowych silników spalinowych dla potrzeb ich diagnozowania.*
21. Prof. dr hab. inż. Jan HOLNICKI-SZULC, mgr inż. Grzegorz MIKUŁOWSKI, dr inż. Jerzy MOTYLEWSKI, mgr inż. Piotr PAWŁOWSKI, dr inż. Zbigniew WOŁEJSZA: *Adaptacyjny system dyssypacji energii w podwoziu lotniczym.*
22. Antoni JANKOWSKI, Barbara SIEMIŃSKA-JANKOWSKA: *Laserowa diagnostyka PDPA rozpylenia paliwa w aspekcie spalania i emisji spalin.*
23. Prof. nz. dr hab. Henryk KAŻMIERCZAK, dr Jacek KROMULSKI, dr inż. Tadeusz PAWŁOWSKI: *Zastosowanie przestrzennych charakterystyk energetycznych obciążeń w diagnostyce maszyn.*
24. Dr inż. Grzegorz KLEKOT: *Wybrane metody oceny stanu maszyn wykorzystujące elementy opisu propagacji energii wibroakustycznej.*
25. Dr inż. Łukasz KONIECZNY: *Badania symulacyjne zmian stanu technicznego zawieszenia hydropneumatycznego samochodu osobowego.*
26. Dr inż. Tomasz KORBIEL: *Analiza rzędów w diagnostyce niestacjonarnych procesów wibroakustycznych.*
27. Dr hab. inż. Aleksander KOWAL: *Badania wstępne charakterystyki sprzęgła podatnego skrętnie.*

28. Prof. dr hab. inż. Zbigniew KOZANECKI: *System wirujący mikro-maszyny przepływowej dla obiegów gazowych i parowych realizowanych w technologii MEMS.*
29. Prof. dr hab. inż. Piotr KRZYWORZEKA, prof. dr hab. inż. Jan ADAMCZYK, dr inż. Witold CIOCH, dr inż. Ernest JAMRO: *PLD w praktyce – możliwości i ograniczenia.*
30. Prof. dr hab. inż. Waldemar KUROWSKI, dr Izabela JÓZEFczyk, dr Andrzej PANKOWSKI: *Zastosowanie transformacji falkowej w diagnostyce urządzenia mechanicznego.*
31. Dr inż. Jędrzej MAĆZAK: *Diagnozowanie obiektów wielkogabarytowych – możliwości i perspektywy rozwoju.*
32. Prof. dr hab. Wojciech MOCZULSKI, mgr inż. Grzegorz MIKULSKI: *System wspomagania utrzymania ruchu wybranej grupy urządzeń wykorzystujący techniki poszerzonej rzeczywistości.*
33. Prof. dr hab. inż. Stanisław NIZIŃSKI, dr inż. Sławomir WIERZBICKI: *Inteligentny pojazd mechaniczny jako system cybernetyczno-informacyjno-decyzyjny.*
34. Mgr Anita ORŁOWSKA, prof. Jan HOLNICKI-SZULC, mgr Marek KOKOT, dr Przemysław KOŁAKOWSKI, dr Jerzy MOTYLEWSKI: *Zastosowanie metody dystorsji wirtualnych w zagadnieniach modyfikacji konstrukcji i systemów inżynierskich.*
35. Dr inż. Radosław PAKOWSKI, mgr inż. Damian MARKUSZEWSKI, mgr inż. Mariusz WĄDOŁOWSKI: *Wpływ błędów położenia na przejście przez stan krytyczny wałów kompozytowych i stalowych spajanych metodami niekonwencjonalnymi.*
36. Mgr inż. Marta PAWŁOWSKA, dr inż. Marcin WITCZAK: *Diagnostyka laboratoryjnego układu dwóch zbiorników z zastosowaniem banku obserwatorów.*
37. Prof. dr hab. inż. Stanisław RADKOWSKI: *Diagnostyka i predykcja rozwoju uszkodzeń w ujęciu bayesowskim.*
38. Dr inż. Jarosław SMOCZEK, prof. dr hab. inż. Janusz SZPYTKO: *Zastosowanie systemów HMI dla potrzeb kształtowania bezpieczeństwa i niezawodności układów C-OT.*
39. Prof. dr hab. inż. Michał STYP-REKOWSKI: *Prognozowanie stanu obrabiarek na podstawie badań ich dokładności.*
40. Dr inż. Anna TIMOFIEJCZUK: *Identyfikacja reguł asocjacyjnych z zastosowaniem algorytmu genetycznego.*
41. Dr inż. Bogdan WARDA, mgr inż. Janusz KOKOCIŃSKI: *Diagnostyczne pomiary drgań stanowiska do badania trwałości węzłów tocznych obiegowej przekładni cykloidalnej.*
42. Dr inż. Wiesław WSZOLEK: *Badanie deformacji mowy z wykorzystaniem sztucznej inteligencji.*
43. Dr inż. Ryszard WYCZÓŁKOWSKI, prof. dr hab. Wojciech MOCZULSKI: *System monitorowania sieci wodociągowej z wykorzystaniem modeli przybliżonych.*



MONITORING OF NONSTATIONARY STATES IN ROTATING MACHINERY

Autorzy:
Piotr KRZYWORZEKA,
Jan ADAMCZYK,
Witold CIOCH,
Ernest JAMRO

Ideę przewodnią książki można streścić następująco – jak ułatwić monitorowanie w stanach niestacjonarnych maszyn (zwanymi w pracy cyklicznymi), w których realizacja celu podstawowego wiąże się z cyklicznym powtarzaniem sekwencji zdarzeń podobnych, lecz nie identycznych.

Jako alternatywę procedur wykorzystujących dwuparametrowe charakterystyki emitowanego sygnału wibroakustycznego, co wymaga na ogół zaangażowania dużych mocy obliczeniowych i utrudnia niekiedy selekcje informacji wartościowej, autorzy proponują zmianę skali czasu, w którym prezentowany jest monitorowany sygnał, tak, aby opis jego zmienności stał się prostszy zachowując jednocześnie informacje o stanie technicznym obiektu.

Taka transformacja skali czasu dynamicznego może w pewnych przedziałach czasowych i dla pewnych kategorii niestacjonarności zredukować niestacjonarność sygnału do stopnia pozwalającego na stosowanie prostszych metod analizy właściwych sygnałom stacjonarnym (np. analizy widmowej).

Transformacja opiera się na synchronizacji nowego zegara właściwie dobranym ciągiem zdarzeń referencyjnych. Nie są one tożsame z cyklem chwilowym (to byłby przypadek analizy rzędów), lecz z pewną jego charakterystyką nazwaną synchronizującą.

Proponowany już we wcześniejszych publikacjach autorów wybór tej charakterystyki pozwolił na opracowanie przybliżonej metody synchronizacji dyskretnych reprezentacji sygnałów z czasem cyklu poprzez decymację proporcjonalną do przyrostu cyklu, metody znanej już jako procedura liniowej decymacji PLD.

Właściwie cała monografia poświęcona jest omówieniu genezy, własności, realizacji programowej i sprzętowej a także możliwości praktycznym tej procedury.

Rozdziały 1 i 2 – Autorzy nawiązując do koncepcji synchronizmu jako wielowartościowej własności mierzalnej, przedstawiają wynikające stąd możliwości związane bezpośrednio z tematyką książki, jak: sposób oceny stopnia synchronizmu w odniesieniu do dyskretnych reprezentacji sygnałów oraz transformacje skali i czasu rzeczywistego na czas lokalny związany z ruchem cyklicznym maszyny.

Rozdziały 3 i 4 To przede wszystkim szczegółowy opis procedury liniowej decymacji PLD, jej istotnych parametrów, zasad ich doboru dla właściwego dopasowania do rodzaju niestacjonarności sygnału. Omówiono różne warianty procedury i sposoby efektywnej synchronizacji.

Rozdziały 5 i 6 traktują o spontanicznych modulacjach drgań maszyny (uznanego nośnika informacji o wczesnych stadiach ewolucji uszkodzeń). Autorzy stawiają pytanie – czy PLD oferuje w procedurze demodulacji sygnału drgań jakieś korzyści?

Ograniczono się do badania demodulatorów kąta i amplitudy, zarówno synchronicznych PLL jak też asynchronicznych, wykorzystujących argument lub moduł sygnału analitycznego. Prezentowane przykłady dotyczące sygnałów modelowych oraz rzeczywistych drgań maszyn pozwalają w tym zakresie ocenić obszary skutecznego działania PLD, wskazując jednocześnie interesujące przypadki nieskuteczności, a wręcz niecelowości wspomagania demodulacji.

Rozdziały 7 i 8 poświęcone są zagadnieniom praktycznego wykorzystania PLD w systemach czasu rzeczywistego i problemom ich oprogramowania. Zamieszczono przykłady oraz uwagi eksploatacyjne dotyczą zalet, ograniczeń i perspektyw rozwojowych metody PLD zaimplementowanej w przenośnym analizatorze sygnałów – oryginalnej konstrukcji autorskiej.

Zarówno metoda jak też wykorzystujący ją system mogą znajdować nowe obszary zastosowań w miarę opracowywania skal diagnostycznych właściwych zmienionej skali czasu.

Recenzenci publikowanych prac:

prof. dr hab. inż. Jan ADAMCZYK
prof. dr hab. inż. Wojciech BATKO
prof. dr hab. Czesław CEMPEL
prof. dr hab. inż. Wojciech CHOLEWA
dr hab. inż. Janusz GARDULSKI, prof. PŚ
dr hab. inż. Ryszard KŁOS

prof. dr hab. inż. Waldemar KUROWSKI
dr hab. inż. Henryk MADEJ, prof. PŚ
prof. dr hab. inż. Ryszard MICHALSKI
prof. dr hab. inż. Stanisław NIZIŃSKI
dr hab. inż. Henryk TYLICKI, prof. UTP
prof. dr hab. inż. Andrzej WILK

Druk:

Centrum Graficzne „GRYF”, ul. Pieniężnego 13/2, 10-003 Olsztyn, tel. / fax: 089-527-24-30

Oprawa:

Zakład Poligraficzny, UWM Olsztyn, ul. Heweliusza 3, 10-724 Olsztyn
tel. 089-523-45-06, fax: 089-523-47-37

Announcement

4th European Workshop on



2-4 July 2008
Kraków/Poland

www.shm2008.eu

Organizers:



AGH, Poland



IMP PAN, Poland



IPPT, Poland

Sponsor:



Wszystkie opublikowane w czasopiśmie artykuły uzyskały pozytywne recenzje, wykonane przez niezależnych recenzentów.

Redakcja zastrzega sobie prawo korekty nadesłanych artykułów.

Kolejność umieszczenia prac w czasopiśmie zależy od terminu ich nadesłania i otrzymania ostatecznej, pozytywnej recenzji.

Wytyczne do publikowania w DIAGNOSTYCE można znaleźć na stronie internetowej:

<http://www.uwm.edu.pl/wnt/diagnostyka>

Redakcja informuje, że istnieje możliwość zamieszczania w DIAGNOSTYCE ogłoszeń i reklam.

Jednocześnie prosimy czytelników o nadsyłanie uwag i propozycji dotyczących formy i treści naszego czasopisma.

Zachęcamy również wszystkich do czynnego udziału w jego kształtowaniu poprzez nadsyłanie własnych opracowań związanych z problematyką diagnostyki technicznej. Zwracamy się z prośbą o nadsyłanie informacji o wydanych własnych pracach nt. diagnostyki technicznej oraz innych pracach wartych przeczytania, dostępnych zarówno w kraju jak i zagranicą.